

УДК 514.18

МОДЕЛЬ ПОКРИТТЯ ЗАДАНИХ ОБЛАСТЕЙ З УРАХУВАННЯМ ОБМЕЖЕНЬ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИДУ

Соболь О.М., д.т.н.,

Кравців С.Я.*

*Національний університет цивільного захисту України
(Харків, Україна)*

У різних сферах господарювання виникають задачі оптимального покриття, в яких необхідно враховувати обмеження щодо належності елементів заданих областей площі взаємного перетину об'єктів покриття, а також інші обмеження спеціального виду, характерні для конкретної сфери діяльності. Так, у сфері цивільного захисту до даного класу можуть бути зведеними задачі оптимального покриття адміністративно-територіальних одиниць, об'єктів підвищеної небезпеки та потенційно небезпечних об'єктів районами виїзду оперативно-рятувальних підрозділів (державних, місцевих, добровільних), причому зазначені об'єкти мають належати районам виїзду кількох підрозділів у залежності від номеру виклику (обмеження спеціального виду). Слід відзначити, що геометричні параметри районів виїзду залежать від виконання таких обмежень спеціального виду, як: час прямування оперативно-рятувальних підрозділів до найвіддаленішої точки району виїзду має не перевищувати заданого; ризик для людини загинути внаслідок небезпечної події (пожежі) або надзвичайної ситуації має не перевищувати значення, яке має бути обґрунтованим виходячи з існуючих соціально-економічних умов.

В даній роботі було сформульовано постановку задачі оптимального покриття заданих областей з урахуванням обмежень спеціального виду. Розроблено модель оптимального покриття та досліджено її особливості, а саме: цільова функція є алгоритмічною, тобто обчислюється в процесі розв'язання задачі; обмеження задачі складаються з нелінійних, дискретних та кусочно-лінійних виразів; визначено кількість обмежень моделі. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку методу та способів оптимального покриття заданих областей з урахуванням обмежень спеціального виду.

Ключові слова: покриття, обмеження спеціального виду, постановка задачі, модель.

* Науковий керівник – д.т.н., с.н.с. Соболь О.М.

Постановка проблеми. На теперішній час актуальною науковою проблемою є розвиток методів розв'язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування, до якого відносяться задачі оптимального розміщення, покриття та розбиття геометричних об'єктів, а також задачі побудови оптимальних шляхів. Даний клас задач має практичне значення, оскільки до нього у своїх постановках можуть бути зведені важливі прикладні задачі. Наприклад, у різних сферах господарювання виникають задачі оптимального покриття, в яких необхідно враховувати обмеження щодо належності елементів заданих областей площі взаємного перетину об'єктів покриття, а також інші обмеження спеціального виду, характерні для конкретної сфери діяльності. Так, у сфері цивільного захисту до даного класу можуть бути зведеними задачі оптимального покриття адміністративно-територіальних одиниць, об'єктів підвищеної небезпеки (ОПН) та потенційно небезпечних об'єктів (ПНО) районами виїзду оперативно-рятувальних підрозділів (державних, місцевих, добровільних), причому зазначені ОПН та ПНО мають належати районам виїзду кількох підрозділів у залежності від номеру виклику (обмеження спеціального виду). Дані оперативно-рятувальні підрозділи створюються як правило на території об'єднаних територіальних громад або населених пунктів з наявністю селищних рад, а геометричні параметри їх районів виїзду залежать від виконання таких обмежень спеціального виду, як: час прямування оперативно-рятувальних підрозділів до найвіддаленішої точки району виїзду має не перевищувати заданого; ризик для людини загинути внаслідок небезпечної події (пожежі) або надзвичайної ситуації має не перевищувати значення, яке має бути обґрунтованим виходячи з існуючих соціально-економічних умов. Необхідно відзначити, що іншим аналогічним прикладом може бути організація протиповітряної оборони тощо. У зв'язку з цим, існує необхідність у розробці моделей та методів розв'язання зазначених задач покриття, що сприятиме розв'язанню проблеми розвитку методів розв'язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розробці методів та способів розв'язання класу задач оптимального покриття присвячено, наприклад, роботи [1, 2]. В наукових публікаціях [3, 4] наведено моделі та методи оптимального покриття опуклими та неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами.

Формулювання цілей статті. В даній роботі необхідно сформулювати постановку задачі та розробити модель оптимального покриття заданих областей з урахуванням обмежень спеціального вигляду.

Основна частина. Нехай у просторі R^2 задано область

$S_0(m_0, u_0)$ (рис. 1), яка являє собою у загальному випадку неопуклий багатокутник з координатами вершин $m_0 = \{x_{0,1}, y_{0,1}, \dots, x_{0,n_0}, y_{0,n_0}\}$ та зв'язана з глобальною (нерухомою) системою координат XOY (початок глобальної системи координат співпадає з однією з вершин багатокутника, а $u_0 = \{0, 0\}$). Слід відзначити, що m_0 – метричні характеристики, а u_0 – параметри розміщення $S_0(m_0, u_0)$.

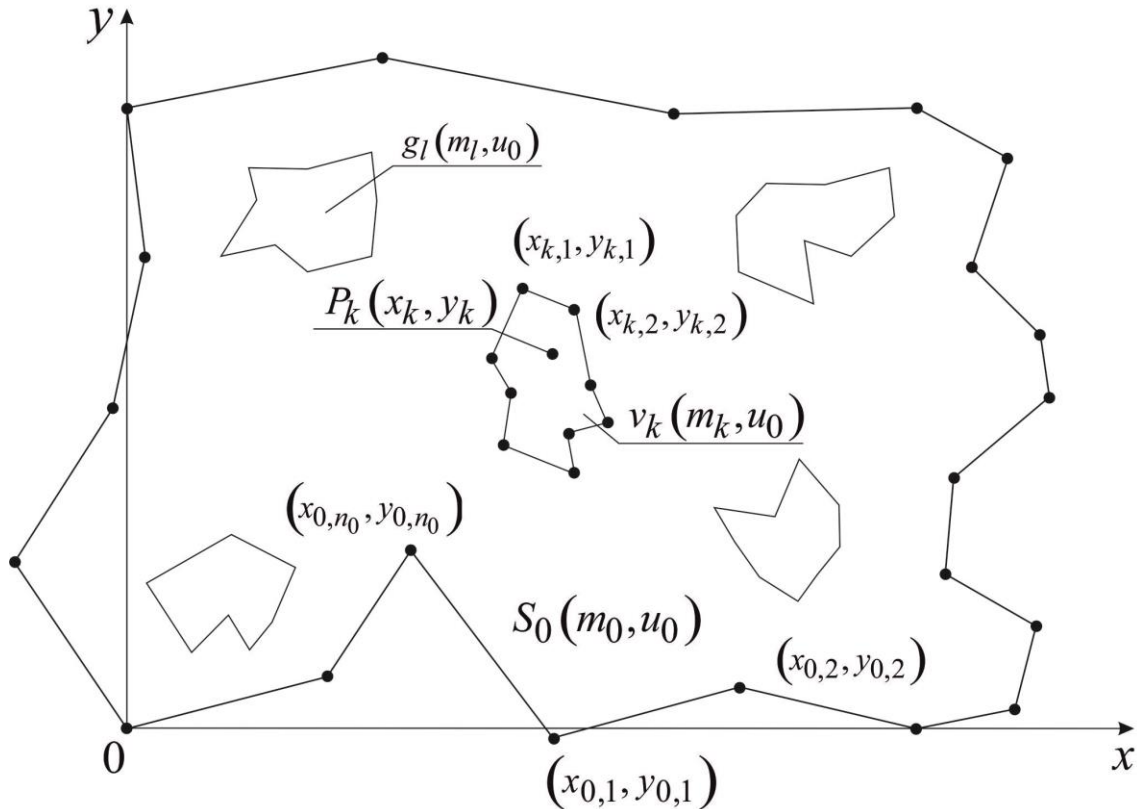


Рис. 1. Область $S_0(m_0, u_0)$ та підобласті $v_k(m_k, u_0)$, $k = 1, \dots, N_k$, і $g_l(m_l, u_0)$, $l = 1, \dots, N_l$

Область $S_0(m_0, u_0)$ має підобласті $v_k(m_k, u_0) \in V$, $k = 1, \dots, N_k$, які належать множині V . Підобласті $v_k(m_k, u_0)$, $k = 1, \dots, N_k$, також являють собою неопуклі багатокутники, які задані координатами вершин $m_k = \{x_{k,1}, y_{k,1}, \dots, x_{k,n_k}, y_{k,n_k}\}$ у глобальній системі координат. Даним підобластям мають належати параметри розміщення локальних (рухомих) систем координат $X_{c,i}O_{c,i}Y_{c,i}$ об'єктів покриття $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$, відносно глобальної системи координат. Об'єкти покриття являють собою неопуклі

багатокутники, які визначаються координатами вершин $m_{c,i} = \{x_{c,i,1}, y_{c,i,1}, \dots, x_{c,i,n_{c,i}}, y_{c,i,n_{c,i}}\}$ у локальних системах координат та параметрами розміщення даних систем координат $u_{c,i} = \{x_{c,i}, y_{c,i}\}$. Слід відзначити, що метричні характеристики $m_{c,i}$ та параметри розміщення локальних систем координат об'єктів покриття $u_{c,i}$ є змінними (на відміну від заданих області та підобластей, для яких метричні характеристики та параметри розміщення є постійними).

Нехай $g_l(m_l, u_0) \in G$, $l = 1, \dots, N_l$, $G \subset V$ – підобласті, які мають пріоритет стосовно покриття та розміщення локальних систем координат об'єктів $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$. Також в області $S_0(m_0, u_0)$ у глобальній системі координат задано точки $O_{d,j}(x_{d,j}, y_{d,j})$, $j = 1, \dots, N_d$, які мають належати областям перетину заданої кількості M об'єктів покриття $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$.

Необхідно здійснити покриття області $S_0(m_0, u_0)$ об'єктами $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$, таким чином, щоб їх кількість була мінімальною та виконувалися наступні обмеження:

– мінімум площі взаємного перетину об'єктів покриття $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$;

– мінімум площі перетину об'єктів покриття $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$, та $cS_0(m_0, u_0)$ – доповнення області $S_0(m_0, u_0)$ до простору R^2 ;

– параметри розміщення локальних систем координат об'єктів покриття $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$, мають належати точкам $P_k(x_k, y_k)$ у підобластях $v_k(m_k, u_0)$, $k = 1, \dots, N_k$, з урахуванням пріоритетної належності підобластям $g_l(m_l, u_0)$, $l = 1, \dots, N_l$.

– належність підобластей $v_k(m_k, u_0)$, $k = 1, \dots, N_k$, об'єктам покриття $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$;

– належність точок $O_{d,j}(x_{d,j}, y_{d,j})$, $j = 1, \dots, N_d$, областям перетину заданої кількості M об'єктів покриття $S_{c,i}(m_{c,i}, u_{c,i})$, $i = 1, \dots, N$;

– обмеження спеціального виду, що впливають на метричні характеристики об'єктів покриття $m_{c,i}$, $i = 1, \dots, N$, та/або обмежують

їх кількість N (як зверху, так і знизу).

Для формалізації обмежень задачі оптимального покриття об'єктів застосуємо ω -функцію покриття для неопуклих багатокутників, наведену в роботі [1]. Тоді загальну модель оптимального покриття об'єктів з урахуванням обмежень спеціального виду запишемо наступним чином:

$$\min_W N(m_{c,1}, u_{c,1}, \dots, m_{c,N}, u_{c,N}), \quad (1)$$

де W :

$$\begin{aligned} \omega_\Omega(m_{c,i}, m_{c,h}, u_{c,i}, u_{c,h}) &\rightarrow 0; \\ i = 1, \dots, N-1; h = i+1, \dots, N; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \omega_\Omega(m_{c,i}, m_{cS_0}, u_{c,i}, u_{cS_0}) &\rightarrow 0; \\ i = 1, \dots, N; S_0 \bigcup_c S_0 = R^2; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} u_{c,i} &\in P_l(x_l, y_l); i = 1, \dots, g; l \in \{1, \dots, N_l\}; \\ u_{c,i} &\in P_k(x_k, y_k); i = g+1, \dots, N; k \in \{1, \dots, N_k\}; k \neq l; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\omega_\Omega \left(\begin{matrix} m_{N_k} \\ \bigcup_{k=1} v_k \\ m_N \\ \bigcup_{i=1} S_{c,i} \\ u_0, u_N \\ \bigcup_{i=1} S_{c,i} \end{matrix} \right) = S \left(\bigcup_{k=1}^{N_k} v_k(m_k, u_0) \right); \quad (5)$$

$$O_{d,j}(x_{d,j}, y_{d,j}) \in \bigcap_{\mu}^M S_{c,\mu}(m_{c,\mu}, u_{c,\mu}), j = 1, \dots, N_d; \mu \in \{1, \dots, N\}; \quad (6)$$

$$m_{c,i} = f(t); i = 1, \dots, N, \quad (7)$$

де t – параметр, що впливає на метричні характеристики об'єктів покриття $m_{c,i}$, $i = 1, \dots, N$.

Очевидно, що в моделі (1)÷(7) відсутня умова щодо повного покриття області $S_0(m_0, u_0)$, оскільки необхідно виконання вимоги щодо повного покриття підобластей $v_k(m_k, u_0)$, $k = 1, \dots, N_k$. Таким чином, одержуємо задачу, яка відноситься до класу задач

максимального (неповного) покриття заданих областей [5].

Слід відзначити, що цільова функція є алгоритмічною, тобто обчислюється в процесі розв'язання задачі. Обмеження задачі складаються з нелінійних, дискретних та кусочно-лінійних виразів.

Загальна кількість обмежень дорівнює $C_N^2 + N_d + 3N + 1$.

Таким чином, для розв'язання задачі (1)÷(7), через її особливості, неможливо застосувати існуючі методи оптимального покриття, що потребує розробки спеціальних методів та способів.

Висновки. В даній роботі було сформульовано постановку задачі оптимального покриття заданих областей з урахуванням обмежень спеціального виду. Розроблено модель оптимального покриття та досліджено її особливості, а саме: цільова функція є алгоритмічною, тобто обчислюється в процесі розв'язання задачі; обмеження задачі складаються з нелінійних, дискретних та кусочно-лінійних виразів; визначено кількість обмежень моделі. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку методу та способів оптимального покриття заданих областей з урахуванням обмежень спеціального виду.

Література

1. Комяк В.М., Соболев О.М., Лісняк А.А., Собина В.О. Оптимізація покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками. Монографія. Х.: НУЦЗУ, 2013. 124 с.
2. Собина В.О. Моделювання раціонального покриття об'єктів залізниці районами виїзду пожежно-рятувальних підрозділів. *Зб. наук. пр. Харківського університету Повітряних сил.* – Харків: ХУПС, 2011. Вип. 1(27). С. 240-242.
3. Комяк В.М., Соболев О.М., Кравців С.Я. Модель та метод оптимального покриття неопуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету.* Мелітополь: ТДАТУ, 2018. Вип. 8, Т. 1. С. 11-22.
4. Комяк В.М., Соболев О.М., Кравців С.Я., Чуб І.А. Моделювання покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами. *Вісник Херсонського національного технічного університету.* Херсон: ХНТУ, 2018. № 3(66). Т. 2. С. 147-152.
5. Stoyan Y.G., Yakovlev S.V. Configuration space of geometric objects. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2018. Vol. 54, No. 5, P. 716-726.

МОДЕЛЬ ПОКРЫТИЯ ЗАДАНЫХ ОБЛАСТЕЙ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Соболь А.Н., Кравцов С.Я.

В разных сферах хозяйствования возникают задачи оптимального покрытия, в которых необходимо учитывать ограничения, связанные с принадлежностью элементов заданных областей площади взаимного пересечения объектов покрытия, а также другие ограничения специального вида, характерные для конкретной сферы деятельности. Так, в сфере гражданской защиты к данному классу могут быть сведены задачи оптимального покрытия административно-территориальных единиц, объектов повышенной опасности и потенциально опасных объектов районами выезда оперативно-спасательных подразделений (государственных, местных, добровольных), причем указанные объекты должны принадлежать районам выезда нескольких подразделений в зависимости от номера вызова (ограничение специального вида). Следует отметить, что геометрические параметры районов выезда зависят от выполнения таких ограничений специального вида, как: время следования оперативно-спасательных подразделений к самой отдаленной точке района выезда должно не превышать заданного; риск для человека погибнуть в результате опасного события (пожара) или чрезвычайной ситуации должен не превышать значения, которое является обоснованным исходя из существующих социально-экономических условий.

В данной работе была сформулирована постановка задачи оптимального покрытия заданных областей с учетом ограничений специального вида. Разработана модель оптимального покрытия и исследованы ее особенности, а именно: целевая функция является алгоритмической, то есть вычисляется в процессе решения задачи; ограничения задачи состоят из нелинейных, дискретных и кусочно-линейных выражений; определено количество ограничений модели. Дальнейшие исследования будут направлены на разработку метода и способов оптимального покрытия заданных областей с учетом ограничений специального вида.

Ключевые слова: покрытие, ограничения специального вида, постановка задачи, модель.

MODEL OF COVERING OF GIVEN AREA WITH SPECIAL RESTRICTIONS TAKEN INTO ACCOUNT

Sobol O., Kravtsiv S.

Problems of optimal coverage are using in different areas of human activity. It is necessary to take into account the restrictions associated with the belonging of elements of specified areas of the area of mutual intersection of the objects of coverage, as well as other restrictions of a special type characteristic of a particular field of activity. For example, in the field of civil defence this class can be reduced to the task of optimal coverage of administrative-territorial units, high-risk facilities and potentially dangerous objects by areas of departure of operational and rescue units (state, local, voluntary), and these objects should belong to areas of departure of several units depending on the call number (special type of restriction). It should be noted that the geometrical parameters of the departure areas depend on the implementation of such restrictions of a special type, such as: the reach time of the operational and rescue units to the most remote point of the departure area should not exceed the specified one; the risk for a person to die as a result of a dangerous event (fire) or emergency should not exceed a value that is reasonable based on the existing socio-economic conditions.

In this paper the problem statement of optimal coverage of given areas with special restriction was formulated. A model of optimal coverage was developed and its features were investigated, namely: the objective function is algorithmic – it is calculated in the process of solving the problem; constraints of the problem consist of nonlinear, discrete, and piecewise linear expressions; determined the number of constraints of the model. Further research will be aimed at developing a method for optimal coverage of given areas with special restrictions taking into account.

Keywords: coverage, special restrictions, problem statement, model.