

М.В. Малярів, к.т.н., доцент, НУЦЗУ

ФРАКТАЛЬНИЙ МОНІТОРИНГ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ З ВИКОРИСТАННЯМ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТУ MATHCAD

(представлено д-ром техн. наук Тарасенком О.А.)

Наведено алгоритм та практичну реалізацію проведення моніторингу зображень земної поверхні, яка базується на зміні значень фрактальної розмірності за допомогою математичного пакету MathCad. Розрахунок значень фрактальної розмірності проведено на прикладі реальних знімків земної поверхні.

Ключові слова: моніторинг територій, фрактальна розмірність, метод покриття, MathCad, самоподоба.

Постановка проблеми. Моніторинг земної поверхні може бути представлений як завдання визначення змін у навколишньому середовищі, їх класифікації та з'ясування масштабів змін на території, що контролюється. Як правило територія земної поверхні, що підлягає моніторингу є протяжною, а розміщення елементів на зображеннях такої території є досить складним та хаотичним. Обробка результатів таких зображень вимагає багато часу та, завдяки відсутності формалізованого опису змін, що відбулися, накладає обмеження на використання автоматичних системи, при цьому виконання завдань моніторингу стає досить ресурсомістким. Але якщо прийняти, що завдання моніторингу буде носити тільки «сигнальний» характер (зміни є або нема) та використовувати просторові характеристики для опису змін, то така задача може бути повністю автоматизована з використання вже існуючих алгоритмів та програмних продуктів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для автоматизації завдань моніторингу треба знайти деякі формалізовані змінні або інші відповідні величини для опису властивостей й особливостей зображень земної поверхні, а також для виявлення змін у їх структурі. Зазвичай моніторинг земної поверхні проводиться по виявленню негативних процесів (підтоплень, зсувів тощо) по прямим ознакам на зображеннях [1], що обмежує застосування цього методу для організації моніторингу великих територій, за умови що місце локалізації змін заздалегідь невідомо. В [2] запропоновано проводити моніторинг на основі побудови різницевої діаграми двох знімків, що отримані різною апаратурою та у різний час. Пікселі, що не зазнали змін, будуть тяжіти до деякої «центральної лінії», яка йде приблизно по діагоналі діаграми. Пікселі, що відповідають значно зміненим ділянкам території будуть розташовуватися на деякому віддаленні від «центральної лінії». Ця відстань

буде тим більшим, ніж більше змінився коефіцієнт відбиття ділянки території.

Оскільки розміщення елементів на зображеннях морської поверхні складно й хаотично, в [3] запропоновано стежити не за кожним елементом окремо, а розглядати відразу всю сукупність елементів, які в заданий момент часу займають певне положення, характеризуючи просторову структуру зображення земної поверхні. В [4] показано, що зображення земної поверхні мають фрактальні властивості, тому пропонується описувати просторову структуру зображення земної поверхні за допомогою фрактальної геометрії. В [5] у якості критерію виявлення для вирішення задач моніторингу зображень земної поверхні пропонується використовувати зміну фрактальну розмірність ΔD_f . Поява на зображенні земної поверхні деякої ділянки з новими характеристиками або зміна вже існуючих характеристик зображення, викликає зміну фрактальної розмірності на деяку величину. Якщо порівняти фрактальну розмірність зображення, що підлягає моніторингу, з еталонною (або отриманою з попереднього знімку), то величина

$$\Delta D_f = \left| D_f^{\text{знімка}} - D_f^{\text{еталон}} \right|, \quad (1)$$

може бути використана у якості критерію «сигнального» характеру змін при виконанні задач моніторингу. Таким чином, моніторинг, де у якості критерію виступає зміна значення фрактальної розмірності зображення земної поверхні будемо називати фрактальним.

Постановка завдання та його вирішення. Метою даної статі є формалізація задачі моніторингу земної поверхні з використанням фрактальної розмірності (фрактальний моніторинг), за допомогою математичного пакету MathCad на прикладі реального знімка земної поверхні, який отримано з використання супутника NOAA. Що дозволить автоматизувати процедуру виявлення змін на зображеннях земної поверхні. З (1) видно, що головною процедурою при проведенні моніторингу є знаходження фрактальної розмірності зображення земної поверхні. Для знаходження фрактальної розмірності пропонується скористатися методом покриття [6, 7]. Зображення, при реалізації цього методу, розбивається на квадратні клітки деякого розміру ε . Потім підраховується кількість кліток $N(\varepsilon)$, необхідних для покриття зображення. Фрактальною, називають розмірність D_f , обумовлену виразом

$$D_f = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln(1/\varepsilon)} \quad (2)$$

Завдяки тому, що на практиці важко реалізувати виконання умови $\varepsilon \rightarrow 0$, то при реалізації алгоритму розрахунку співвідношення (1) представляють у вигляді

$$\text{Ln}N(\varepsilon) = \text{Ln}C - D_f \text{Ln}\varepsilon \quad (3)$$

де C – константа.

З аналізу (2) легко бачити, що графік залежності $\text{Ln}N(\varepsilon)$ від $\text{Ln}\varepsilon$ – це пряма, з кутовим коефіцієнтом D_f . Для визначення невідомих параметрів C й D_f необхідно знайти значення $N(\varepsilon)$ як мінімум для двох значень ε . Таким чином, якщо при реалізації методу покриття використати клітки тільки двох розмірів – ε_1 та ε_2 , то невідомі можна визначити із системи рівнянь

$$\begin{cases} \text{Ln}N(\varepsilon_1) = \text{Ln}C - D_f \text{Ln}\varepsilon_1 \\ \text{Ln}N(\varepsilon_2) = \text{Ln}C - D_f \text{Ln}\varepsilon_2 \end{cases} \quad (4)$$

Для проведення розрахунків необхідно представити знімок земної поверхні, як двомірну матрицю, де кількість стовбців та строк відповідають кількості пікселів в зображенні, а значення в матриці відповідають значенню яскравості кожного пікселя у діапазоні 0-255. Використовуючи команду `READBMP()` пакету `MathCad`, отримуємо вхідну двомірну матрицю `B_IN`, для визначення розмірів якої застосуємо команди `ROWS(B_IN)` (кількість строк) та `COLS(B_IN)` (кількість стовбців).

Далі починаємо реалізувати метод покриття. Необхідно прийняти до уваги, що вхідна матриця двомірна, тому при покритті потрібно використовувати не клітинки різних розмірів, а куби. Вибираємо деякий розмір ребра куба ε та вкладаємо його на матрицю зображення, знаходимо максимальне значення елемента з частини матриці, яку покриває даний куб. Якщо розділити значення цього елемента на розмір ребра куба ε отримаємо кількість кубів, які покривають зображення по яскравості. Аналогічно вкладемо наступні куби по строках та стовбцях та підраховуємо кількість кубів по яскравості. Коли все зображення покрито кубами отримуємо загальне значення кількості кубів $N(\varepsilon)$. Реалізація даного алгоритму в пакеті `MathCad` наведена на рис. 1.

Для отримання значення фрактальної розмірності будемо використовувати куби двох розмірів: $\varepsilon_1=30$ та $\varepsilon_2=10$ пікселів. Підраховуючи кількість $N(\varepsilon_1)$ та $N(\varepsilon_2)$ та спираючись на (4) розрахуємо значення фрактальної розмірності у вигляді

$$D_f = \frac{\text{Ln}N(\varepsilon_1) - \text{Ln}N(\varepsilon_2)}{\text{Ln}(\varepsilon_2) - \text{Ln}(\varepsilon_1)} = 1,856 \quad (5)$$

```

 $N_\varepsilon :=$ 
  N ← 0
  x ← 1
  y ← 1
  while x < rows(B_IN) - ε
    while y < cols(B_IN) - ε
      A ← submatrix(B_IN, x, x + ε, y, y + ε)
      N ← N + ceil( $\frac{\max(A)}{\varepsilon}$ )
      y ← y + ε
    x ← x + ε
  return N

```

Рис. 1. Лістинг алгоритму знаходження $N(\varepsilon)$ в залежності від ребра куба ε за допомогою MathCad

Для підвищення точності розрахунків пропонується підрахувати кількість кількості кубів $N(\varepsilon)$ для більшого числа різних значень $\varepsilon=1, 2, \dots, L_{\max}$, де L_{\max} – максимальній розмір ребра куба. На рис. 2 наведено графік залежності $\ln N(\varepsilon)$ від $\ln(\varepsilon)$, який повністю відповідає теоретичним положенням – це пряма, з кутовим коефіцієнтом D_f .

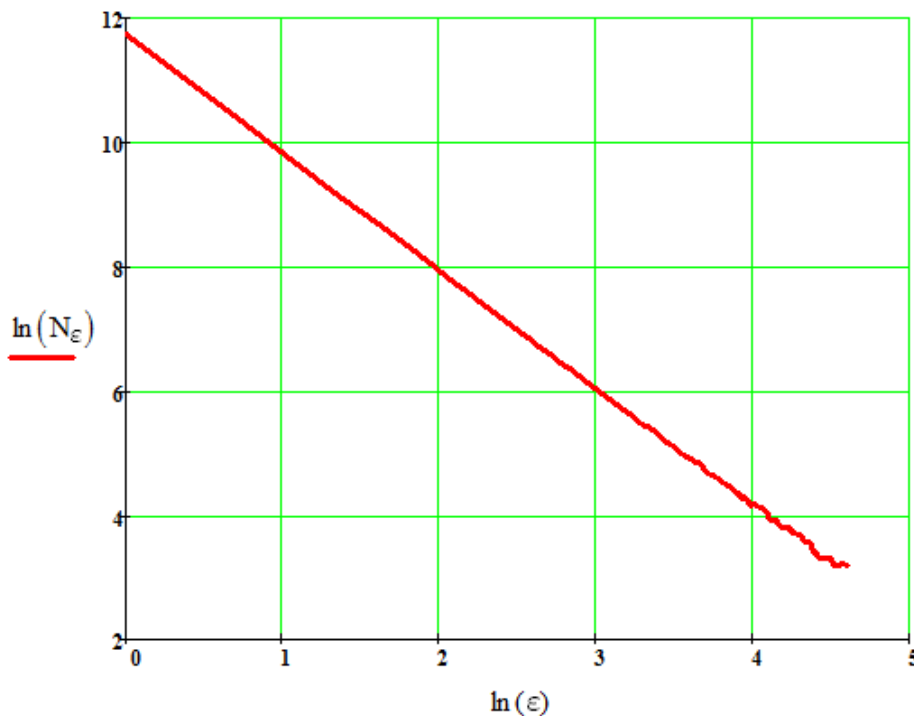


Рис. 2. Графік залежності $\ln N(\varepsilon)$ від $\ln(\varepsilon)$

Для обчислення перевизначеної системи рівнянь знайдемо значення C та D_f , які мінімізують суму квадратів відхилень. Для цього в якості правила мінімізації, скористаємося методом найменших квадратів та розглянемо задачу про інтерполяцію точок $(L_n \varepsilon_i, L_n N(\varepsilon_i))$ при $\varepsilon = 1, 2, \dots, L_{\max}$ прямою лінією $y = b + mx$. Тобто знайдемо значення b і m , при яких функція

$$E = \sum_{i=1}^{L_{\max}} (y_i - L_n N(\varepsilon_i))^2 = \sum_{i=1}^{L_{\max}} (b + mL_n \varepsilon_i - L_n N(\varepsilon_i))^2, \quad (6)$$

досягає мінімуму. На рис. 3 наведено лістинг рішення запропонованої системи (6) у матричному вигляді за допомогою MathCad. При вирішенні системи значенню b відповідає константа, а значення m відповідає значенню фрактальної розмірності. З рис. 3 видно, що значення фрактальної розмірності $D_f = 1,860$.

$$\begin{aligned} & \varepsilon := 1, 2 .. L_{\max} \\ A := & \begin{pmatrix} L_{\max} & \sum_{\varepsilon=1}^{L_{\max}} \ln(\varepsilon) \\ \sum_{\varepsilon=1}^{L_{\max}} \ln(\varepsilon) & \sum_{\varepsilon=1}^{L_{\max}} \ln(\varepsilon)^2 \end{pmatrix} & C := & \begin{bmatrix} \sum_{\varepsilon=1}^{L_{\max}} \ln(N_{\varepsilon}) \\ \sum_{\varepsilon=1}^{L_{\max}} (\ln(N_{\varepsilon}) \cdot \ln(\varepsilon)) \end{bmatrix} \\ & \begin{pmatrix} b \\ m \end{pmatrix} := A^{-1} \cdot C & & m = -1.86 \end{aligned}$$

Рис. 3. Лістинг рішення перевизначеної системи рівнянь у матричному вигляді в системі MathCad

Отримуючи наступні зображення даної території, проводячи визначення її фрактальної розмірності та порівнюючи значення отриманої фрактальної розмірності з попередніми значеннями, можливо реалізувати автоматичний «сигнальний» моніторинг зображень земної поверхні.

Висновки. Розглянута вище реалізація фрактального моніторингу зображень земної поверхні за допомогою пакету MathCad дозволяє визначити факт зміни за допомогою розрахунку фрактальної розмірності. Наведені лістинги обчислення прості в застосуванні й можуть бути легко адоптовані під повністю автоматизовану систему моніторингу, що може в автоматичному режимі відстежувати факт змін на території, що

контролюється. Це дозволить, за умови рішення проблеми доступності матеріалів повітряної зйомки в цифровій формі, досить скромними засобами організувати діючу систему моніторингу території, де у якості критерію змін буде виступати зміна значення фрактальної розмірності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ревзон А.Л. Картографирование состояний геотехнических систем / Ревзон А.Л. – Надра, 1992. – 223 с.
2. Методы создания цифровых карт динамики природной среды на основе данных космической съемки [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.agiks.ru/data/articles/ddzsite/book/article1.htm>.
3. Маляров М.В. Алгоритм пошуку малорозмірних об'єктів на морський поверхні з використанням її фрактальних властивостей / М.В. Маляров, Г.В. Щербак // Проблеми надзвичайних ситуацій. – 2008. – Вип. 8. – С. 124-129.
4. Васильев Л.Н. Фрактальность пространственных структур геосистем / Л.Н. Васильев, А.С. Тюфлин // Исследование Земли и космоса. – №4. – 1991. – С. 59-67.
5. Маляров М.В. Моніторинг змін природних територій з використанням просторових характеристик / М.В. Маляров // Проблеми надзвичайних ситуацій. – 2015. – Вип. 21. – С. 52-56.
6. Е. Федер. Фракталы / Федер Е. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
7. Кронвер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах / Кронвер Р.М. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.

М.В. Маляров

Фрактальный мониторинг земной поверхности с применением математического пакета MATHCAD

Приведен алгоритм и практическая реализацию проведения мониторинга изображений земной поверхности, основанная на изменении значения фрактальной размерности при помощи математического пакета MathCad. Расчет значений фрактальной размерности проведения на примере реальных снимков земной поверхности.

Ключевые слова: мониторинг территорий, фрактальная размерность, метод покрытия, MathCad, самоподобие.

M.V. Malyarov

Fractal monitoring of the Earth's surface by using mathematical package MATHCAD

The algorithm and implementation of monitoring Earth surface images, based on the change in the value of the fractal dimension by using mathematical package MathCad. Calculate values of the fractal dimension of the example of real images of the Earth surface.

Keywords: monitoring of territories, the fractal dimension, the method of coating, MathCad, self-similarity.