Решение задачи покрытия области системой связанных кругов

Антошкин А.А., НУГЗУ, Панкратов А.В., ИПМаш НАНУ.

На современном этапе стремительно растет интерес к эффективному решению задач оптимального покрытия областей геометрическими объектами [1]. В докладе рассматривается класс задач построения оптимальных проводных сенсорных сетей для областей сложной формы, представляющих интерес, например, при обеспечении противопожарной защиты помещений.

Задачи оптимального кругового покрытия областей сложной формы относятся к классу NP-сложных, для решения которых используются, как правило, эвристические алгоритмы. Для разработки эффективных алгоритмов, основанных на применении методов локальной и глобальной оптимизации, требуется построение адекватных математических моделей, основанных на аналитическом описании отношений между объектами в задаче покрытия.

В работе [2] построена модель задачи кругового покрытия области набором связанных сетью соединений сенсоров в виде задачи нелинейной (в общем случае негладкой) оптимизации, и предложен метод поиска локальных экстремумов спуском из допустимых стартовых точек, показавший высокую эффективность на тестовых задачах. Хотя используемые программные средства и позволяют осуществлять оптимизацию при старте из недопустимых точек, но при этом значительно ухудшается сходимость (особенно для задач большой размерности) вплоть до того, что вообще не удается получить допустимое решение, хотя оно заведомо существует.

Таким образом, весьма актуальной представляется разработка методов поиска рациональных («достаточно хороших») решений задачи совместного кругового покрытия области и трассировки. При этом следует отметить, что возникающие подзадачи трассировки могут быть интерпретированы как классические задачи коммивояжера или задачи маршрутизации для несимметричной матрицы расстояний. Для решения таких задач предлагается использовать известные эффективные пакеты (Concorde TSP Solver и VPRH).

Гораздо хуже дело обстоит с построением рациональных круговых покрытий областей. Довольно эффективные методы, основанные на использовании регулярных (решетчатых) покрытий [3], могут быть использованы только для областей, близких к прямоугольным. При решении задачи методом оптимизации по группам переменных возникают проблемы с формулировкой локальных критериев оптимальности из-за возможности размещения каждого из объектов в произвольную точку области и «жадности» алгоритма. И часто размещенный «удачно» в соответствии с локальным критерием сенсор приводит к существенному ухудшению картины при размещении следующих сенсоров. Возникают и проблемы с оценкой качества решения. Определение допустимости и локальной плотности покрытия или достаточно громоздки при точном вычислении, или требуют больших затрат вычислительных ресурсов при приближенном вычислении для сеточных методов.

Ниже изложена методика, позволяющая сочетать преимущества каждого из перечисленных подходов.

Заключим покрываемую область D в прямоугольник P минимальной площади. Для простоты изложения примем, что стороны прямоугольника параллельны осям системы координат XOY, а его левый нижний угол лежит в точке O. Если это не так, всегда можно перейти к эквивалентной задаче покрытия, выполнив соответствующее аффинное преобразование. Построим внешнюю аппроксимацию $D^+ \supset D$ области D и внутреннюю аппроксимацию $C^- \subset C$ круговой области чувствительности сенсора C наборами одинаково ориентированных элементарных прямоугольников произвольной длины и одинаковой достаточно малой ширины Δ со сторонами, параллельными сторонам P. При решении задачи могут быть рассмотрены оба варианта аппроксимации, когда стороны длины Δ параллельны оси OX и оси OY. Ограничимся рассмотрением случая параллельности оси OX.

Построим множество A объектов $A_k = \bigcup_{i=1}^{Z_k} (A^- + i \cdot k \cdot \overline{t}), k = 1, 2, ..., L/2 - 2$,

где $A^- + i \cdot k \cdot \overline{t}$ – трансляция A^- на вектор $i \cdot k \cdot \overline{t}$, $\overline{t} = (\Delta, 0)$; Z_k – достаточное большое число, для которого объект A_k больше по размеру максимальной из сторон прямоугольника P; L – число элементарных прямоугольников в аппроксимации A^-.

Объект P покрывается последовательно вдоль оси OX объектами из множества A, при этом «избыточные» части объектов A_k игнорируются. Поиск положения каждого из объектов A_k в области P сводится к набору операций по покрытию одних элементарных прямоугольников другими. В силу периодичности для выбора положения любого объекта A_k относительно области P, оптимального в соответствии с локальным критерием качества покрытия, достаточно проанализировать k объектов вида $A_k + i \cdot \overline{t}$. После размещения очередного объекта из множества A его положение фиксируется и осуществляется модификация объекта P – покрытые части входящих в его аппроксимацию элементарных прямоугольников отсекаются. Так как для поиска оптимального положения каждого из объектов A_k требуется не более k операций, то возможно понизить «жадность» алгоритма, осуществляя при выборе оптимального положения очередного объекта на каждом этапе перебор вариантов размещения группы из двух или трех объектов из множества A.

Литература.

1. Wang B. Coverage problems in sensor networks: A survey. / B. Wang // ACM Comput. Surv. (CSUR) – 2011. – № 4 (43), – P. 1–53.

2. Antoshkin O. Construction of optimal wire sensor network for the area of complex shape / O. Antoshkin, A. Pankratov // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2016. – № 6(4). – С. 45-53.

3. Панкратов А.В. Метод регулярного покрытия прямоугольной области кругами заданного радиуса / А.В. Панкратов, В.Н. Пацук, Т.Е. Романова, А.А. Антошкин // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – № 1. – С. 50 - 52.