МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ ТА ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ

ТАВРІЙСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРОТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

СОБИНА ВІТАЛІЙ ОЛЕКСАНДРОВИЧ

УДК 514.18

РАЦІОНАЛЬНЕ ПОКРИТТЯ ЗАДАНИХ ОБЛАСТЕЙ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ОБ'ЄКТАМИ ЗІ ЗМІННИМИ МЕТРИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

05.01.01 – прикладна геометрія, інженерна графіка

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Мелітополь – 2012

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Національному університеті цивільного захисту України Міністерства надзвичайних ситуацій України.

Науковий керівник: - доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Соболь Олександр Миколайович,
начальник кафедри управління та організації діяльності у сфері цивільного захисту,
Національний університет цивільного захисту України (м. Харків)

Офіційні опоненти: - доктор технічних наук, професор
Пугачов Євген Валентинович,
професор кафедри архітектури,
Національний університет водного господарства та природокористування (м. Рівне)

- кандидат технічних наук, доцент
Спірінцев Дмитро Васильович,
доцент кафедри прикладної математики та комп'ютерних технологій,
Таврійський державний агротехнологічний університет (м. Мелітополь)

Захист відбудеться «___» _____ 2013 р. о ___ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 18.819.02 в Таврійському державному агротехнологічному університеті за адресою:
72312, Запорізька обл., м. Мелітополь, просп. Б. Хмельницького, 18.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Таврійського державного агротехнологічного університету за адресою:
72312, Запорізька обл., м. Мелітополь, просп. Б. Хмельницького, 18.

Автореферат розісланий «___»_____ 20__ р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради,
кандидат технічних наук, доцент О.Є. Мацулевич

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. На теперішній час актуальною науково-прикладною задачею є розробка нових методів обробки та оптимізаційного перетворення складної геометричної інформації для її подальшого ефективного використання. Це обумовлено тим, що із перетворенням геометричної інформації пов'язані задачі з різних галузей діяльності людини, які мають важливе теоретичне та практичне значення: автоматизація процесів проектування різноманітних технічних систем та пристроїв, проектування карт розкрою промислових матеріалів, проектування машинних залів електростанцій, розробка генеральних планів та визначення варіантів компоновки будівель і споруд, нормування ресурсів служби цивільного захисту тощо. Слід зазначити, що вищенаведені задачі можуть бути зведеними у своїх постановках до задач оптимального розміщення, покриття та розбиття геометричних об'єктів, які, в свою чергу, відносяться до класу задач оптимізаційного геометричного проектування.

Незважаючи на величезну кількість досліджень стосовно розв'язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування, існує ціла низка актуальних задач, до теперішнього часу не розв'язаних. Саме до таких відноситься задача раціонального покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками (на відміну від інших задач, де форма і розміри об'єктів покриття є заданими). Сутність даної задачі полягає у необхідності покриття заданих геометричних об'єктів (опуклі та неопуклі багатокутники), а також відрізків прямих, точок тощо мінімальною кількістю однозв'язних плоских об'єктів, метричні характеристики яких визначаються в процесі розв'язання задачі. Інакше кажучи, форма і розміри геометричних об'єктів покриття залежать від характеристик заданої області та визначаються з урахуванням місць розміщення початків локальних систем координат об'єктів покриття (задачі логістики, нормування ресурсів у різних галузях тощо).

Необхідно зазначити, що до теперішнього часу дана задача не була розв'язаною, що обумовлено її складністю, а саме, наявністю нелінійних обмежень та недостатнім ступенем формалізації. У зв'язку з цим, виникає необхідність у розробці методу геометричного моделювання раціонального покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботу виконано у відповідності до тематики та загального плану досліджень, проведених в Національному університеті цивільного захисту України Міністерства надзвичайних ситуацій України, а також відповідно до планів науково-дослідних робіт за темами: «Основи моделювання процесу взаємодії підсистем Єдиної державної системи цивільного захисту населення і територій при ліквідації надзвичайних ситуацій» (№ державної реєстрації 0107U003088), «Раціональне розміщення пожежних поїздів та підрозділів

пожежно-рятувальної служби для захисту рухомого складу та об'єктів залізничного транспорту» (№ д/р 0109U003079).

Мета і задачі дослідження. *Метою дисертаційного дослідження* є розробка методу та способів геометричного моделювання раціонального покриття заданих областей плоскими об'єктами зі змінними метричними характеристиками та їх застосування для нормування ресурсів оперативних підрозділів цивільного захисту.

Для досягнення мети дисертаційного дослідження розв'язуються наступні *основні задачі*:

- аналіз існуючих підходів до розв'язання задач раціонального покриття геометричних об'єктів;
- розробка способів побудови ω-функцій покриття та ω-поверхонь для геометричних об'єктів зі змінними метричними характеристиками;
- розробка загальної моделі оптимізаційного покриття заданих областей геометричним об'єктами зі змінними метричними характеристиками та дослідження її особливостей;
- на підставі геометричного моделювання та аналізу областей припустимих розв'язків - розробка методу та способів оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками;
- розробка алгоритмічного та програмного забезпечення методу і способів;
- комп'ютерне моделювання оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками на прикладах задач визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об'єктів залізниці;
- впровадження результатів досліджень.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є методи оптимізаційного покриття заданих областей у просторі R^2.

Предмет дослідження. Предметом дослідження є способи побудови раціональної кількості геометричних об'єктів покриття зі змінними метричними характеристиками, що задовольняють обмеженням задачі.

Методи дослідження. Розв'язання поставлених в роботі задач виконувалось на базі положень прикладної геометрії, системного підходу, елементів топології, методів математичного та геометричного моделювання, геометричного проектування, елементів функціонального аналізу, методів аналітичної, багатовимірної, обчислювальної геометрії, методів оптимізації, методів дискретної прикладної геометрії.

Теоретична база дослідження. Теоретичною базою досліджень є роботи вчених:

- з геометричного моделювання об'єктів і процесів: Ю.І. Бадаєва, В.Д. Борисенка, В.В. Ваніна, В.М. Верещаги, М.С. Гумена, О.Т. Дворецького, С.М. Ковальова, Ю.М. Ковальова, В.М. Корчинського, Л.М. Куценка, Є.В. Мартина, В.Є. Михайленка, В.М. Найдиша, А.В. Найдиша,

В.С. Обухової, А.В. Павлова, С.Ф. Пилипаки, О.Л. Підгорного, А.М. Підкоритова, В.О. Плоского, Є.В. Пугачова, К.О. Сазонова, І.А. Скідана, А.Н. Хомченка, В.П. Юрчука та їх учнів;

- з геометричного проектування: М.І. Гіля, О.М. Кисельової, В.М. Комяк, Е.Г. Петрова, В.Л. Рвачова, Т.Є. Романової, Ю.Г. Стояна, С.В. Яковлєва та їх учнів.

Наукова новизна одержаних результатів:

- *отримав подальшого розвитку* підхід до формалізації обмежень в задачах оптимізаційного покриття геометричних об'єктів за рахунок побудови ω-функції для об'єктів зі змінними метричними характеристиками;

- *вперше здійснено* побудову ω-поверхонь в задачах оптимізаційного покриття заданих областей на основі запропонованого способу;

- *розроблено нову* загальну модель оптимізаційного покриття областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками та досліджено її особливості, що дозволило здійснити геометричне моделювання областей припустимих розв'язків даної задачі;

- *створено новий* метод та способи оптимізаційного покриття заданої області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками та отримано аналітичні оцінки складності даних методу і способів;

- *вперше здійснено* комп'ютерне моделювання раціонального покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками (на прикладах задач визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об'єктів залізниці).

Обґрунтованість і достовірність результатів. Вірогідність та обґрунтованість результатів дисертаційного дослідження, сформульованих висновків, наукових положень та рекомендацій підтверджено апробацією геометричних та комп'ютерних моделей в тестових прикладах (побудовані за допомогою комп'ютера зображення результатів) та розрахунками у процесі впровадження.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблені моделі, метод та способи геометричного моделювання раціонального покриття заданих областей плоскими об'єктами зі змінними метричними характеристиками дозволяють розв'язувати з позицій прикладної геометрії широке коло важливих практичних задач. Універсальність отриманих результатів дисертаційного дослідження підтверджено їх впровадженням у різних галузях. Так, результати наукових досліджень у вигляді моделей, методу і способів геометричного моделювання, алгоритмів та програмного забезпечення ПЕОМ стосовно визначення раціональної кількості та місць розташування підрозділів воєнізованої охорони на залізниці та пожежно-рятувальних підрозділів для захисту рухомого складу та об'єктів залізничного транспорту впроваджені в Головному управлінні МНС України в Харківській області та у Харківському загоні воєнізованої охорони Південної залізниці. Також результати дисертаційного дослідження впроваджено в навчальний процес Національного університету цивільного захисту України.

Особистий внесок здобувача. Всі наукові результати отримані особисто автором, який розробив всі теоретичні й прикладні питання, що становлять наукову новизну досліджень. Автором здійснено класифікацію задач оптимізаційного геометричного проектування; сформульовано постановку задачі оптимізаційного покриття заданих областей плоскими геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками; удосконалено апарат ω-функцій покриття, що дозволило формалізувати обмеження поставленої задачі; розроблено спосіб побудови ω-поверхонь; розроблено та досліджено особливості моделі оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками; здійснено геометричне моделювання областей припустимих розв'язків задачі; створено новий метод та способи оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками та одержано оцінки їх складності; розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення, що дозволило здійснити комп'ютерне моделювання раціонального покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертаційної роботи доповідалися й обговорювалися на: Міжнародній науково-практичній конференції «Геометричне моделювання і комп'ютерні технології: теорія, практика, освіта» (м. Харків, 2009 р.); XI Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2009 р.); Міжнародній конференції з математичного моделювання (м. Херсон, 2009 р.); 6-9 Міжнародних кримських науково-практичних конференціях «Геометричне та комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн» (м. Сімферополь, 2009-2012 рр.); VII Міжнародній науково-практичній конференції «Геометричне моделювання і комп'ютерний дизайн» (м. Одеса, 2010 р.); науково-технічних семінарах Національного університету цивільного захисту України (2009-2011 рр.); Всеукраїнському аспірантському семінарі за спеціальністю «Прикладна геометрія, інженерна графіка» у Київському національному університеті будівництва і архітектури (2011-2012 рр.).

Публікації. Основні результати досліджень висвітлено у 12 наукових працях, з них 12 опубліковані у фахових виданнях, затверджених МОНМС України, 1 стаття опублікована одноосібно.

Структура й обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 146 найменувань та додатків. Робота містить 148 сторінок основного тексту, 98 рисунків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ містить загальну характеристику роботи. Обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і задачі досліджень. Показано наукову новизну і практичне значення отриманих результатів.

У **першому розділі** наведено огляд існуючих методів геометричного моделювання об’єктів та процесів. Було зроблено висновок, що на теперішній час для розв’язання дуже широкого кола наукових проблем використовуються методи прикладної геометрії. Не є винятком і задачі оптимізаційного геометричного проектування, розв’язання яких базується на методах формоутворення різноманітних геометричних об’єктів, методах дискретного геометричного моделювання, багатовимірній геометрії, методах геометричної оптимізації тощо. Разом з тим, аналіз наявної літератури не виявив існуючих методів оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками. В зв’язку з цим, було здійснено огляд існуючих методів розв’язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування.

Клас задач оптимізаційного геометричного проектування складають:

- задачі оптимального розміщення геометричних об’єктів;
- задачі оптимального покриття геометричних об’єктів;
- задачі оптимального розбиття геометричних об’єктів;
- задачі побудови оптимальних шляхів і з’єднувальних мереж.

У задачах оптимізаційного геометричного проектування моделюється реальний процес розміщення геометричних об'єктів (покриття, розбиття області на об'єкти). При розглянутому моделюванні здійснюється обробка та різні способи перетворення геометричної інформації, у результаті яких здійснюється пошук оптимального розміщення геометричних об'єктів (покриття, розбиття). Дані задачі пов'язані з обробкою великих об'ємів геометричної інформації та урахуванням великої кількості різних вимог і виходять за рамки класичної теорії дослідження операцій. Необхідність виділення таких задач в окремий клас викликано нестандартністю методів їхнього моделювання та розв’язання. Разом з тим, проведений аналіз існуючих методів розв’язання вищенаведеного класу задач також не виявив методів оптимального покриття заданих областей геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками. Більш того, незважаючи на велику кількість методів розв’язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування, на теперішній час не існує детальної класифікації зазначеного класу задач, що ускладнює вибір актуальних та перспективних напрямків досліджень. В зв’язку з цим, в роботі наведено вказану класифікацію, причому найбільшу увагу приділено задачам оптимального покриття геометричних об’єктів (рис. 1).

Таким чином, проведений аналіз методів геометричного моделювання, методів оптимізаційного геометричного проектування та здійснення класифікації задач оптимізаційного геометричного проектування стали приводом для розробки методу оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками, причому даний напрямок досліджень є актуальним і перспективним.

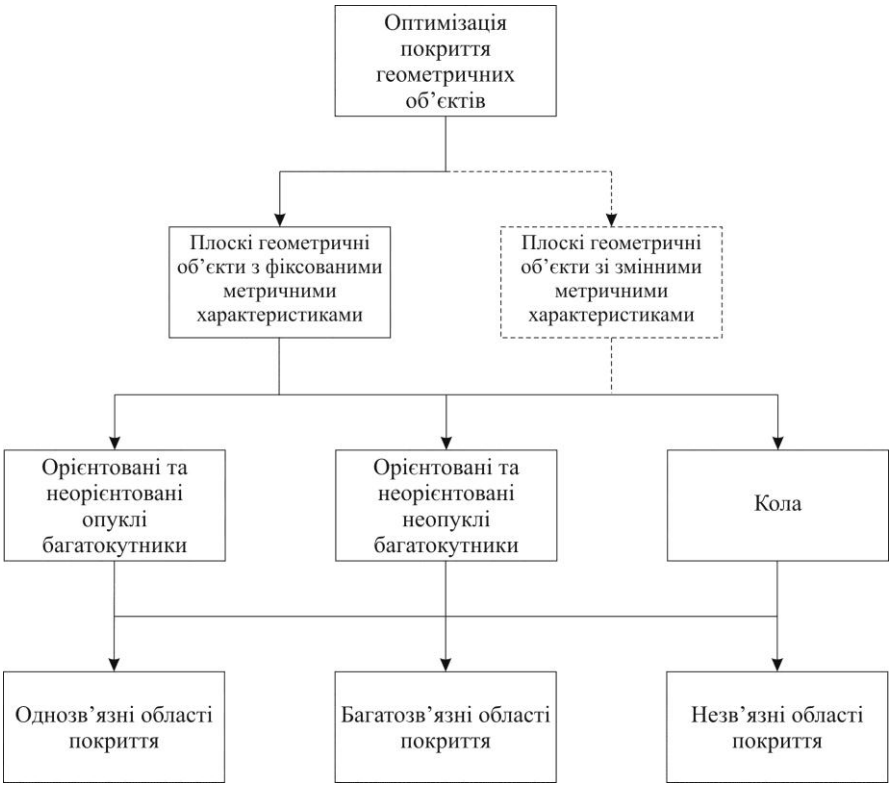

Рис. 1. Класифікація задач оптимального покриття геометричних об'єктів

Другий розділ присвячено постановці задачі оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками, формалізації обмежень задачі за допомогою ω-функцій покриття, а також розробці способу побудови ω-поверхонь.

Теоретико-множинна постановка задачі оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками має наступний вигляд.

Нехай у просторі R^2 задано область покриття S_0, що може бути представленою у вигляді однозв'язного або багатозв'язного, опуклого або неопуклого багатокутника. Даній області належать області заборони S_0^ν, $\nu = 1,2,\ldots,N_\nu$ (компоненти зв'язності, що являють собою опуклі або неопуклі багатокутники, кола).

Необхідно покрити область S_0 мінімальною кількістю геометричних об'єктів S_i, $i = 1,2,\ldots,N$ (опуклі та неопуклі однозв'язні багатокутники, кола), зі змінними метричними характеристиками таким чином, щоб виконувалися наступні обмеження:

- покриття всієї заданої області S_0

$$S_0 \bigcap \left(\bigcup_{i=1}^{N} S_i \right) = S_0; \qquad (1)$$

- мінімум площі взаємного перетину геометричних об'єктів S_i

$$S_i \bigcap S_j \to \min;\ i = 1,2,\ldots,N;\ j = i+1,\ldots,N; \qquad (2)$$

- мінімум площі перетину об'єктів S_i з областями заборони S_0^v

$$S_i \bigcap S_0^v \to \min;\ i=1,2,\ldots,N;\ v=1,2,\ldots,N_v; \tag{3}$$

- належність об'єктів S_i області S_0

$$cS_0 \bigcap S_i \to \min;\ i=1,2,\ldots,N;\ cS_0 \bigcup S_0 = R^2; \tag{4}$$

- спеціальні умови, що формують об'єкти покриття

$$p_i \in F_i(S_0);\ i=1,2,\ldots,N; \tag{5}$$

де $F_i(S_0)$ - множина форм і розмірів i-го об'єкта покриття.

Сформулюємо наступні властивості.

Властивість 1. В задачах оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками дані характеристики являють собою площі об'єктів покриття.

Властивість 2. Кількість та координати вершин (радіуси) об'єктів покриття $S_i(i=1,2,...,N)$, а також положення їх локальних систем координат відносно глобальної системи координат, є змінними.

Властивість 3. Якщо об'єкти покриття $S_i(i=1,2,...,N)$ представляють собою однозв'язні опуклі або (та) неопуклі багатокутники, то кількість та координати вершин даних об'єктів не є обмеженою і визначається в залежності від положення їх локальних систем координат, а також виходячи із спеціальних умов задачі оптимізаційного покриття заданої області.

Властивість 4. У частковому випадку, кількість вершин багатокутників покриття може бути заданою, проте їх координати визначаються в процесі мінімізації цільової функції задачі оптимального покриття.

Властивість 5. В даній роботі виключається можливість повороту локальних систем координат області та об'єктів покриття.

Особливістю сформульованої постановки задачі є те, що області S_0 може належати множина точок, відрізків прямих тощо L_u^0, $u=1,2,\ldots,N_u$, яку необхідно покрити об'єктами $S_i(i=1,2,...,N)$. В цьому випадку, обмеження (1) буде мати наступний вигляд:

$$\left(\bigcup_{u=1}^{N_u} L_u^0\right) \bigcap \left(\bigcup_{i=1}^{N} S_i\right) = \left(\bigcup_{u=1}^{N_u} L_u^0\right). \tag{6}$$

Для формалізації обмежень в задачах оптимізаційного покриття використовується апарат ω-функцій, введений у роботах Ю.Г. Стояна та С.В. Яковлєва. Разом з тим, даний апарат неможливо застосувати для розв'язання задач оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками, що зумовило його удосконалення. Так, в загальному випадку, ω-функція для 2-х опуклих

однозв’язних багатокутників зі змінними метричними характеристиками (рис. 2, 3) має наступний вигляд:

$$\omega_{\Omega}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\Bigg[x_{2,1}\cdot\left(y_{2,n}-y_{2,2}\right)+\sum\limits_{i=2}^{n-1}x_{2,i}\cdot\left(y_{2,i-1}-y_{2,i+1}\right)+\\ \quad+x_{2,n}\cdot\left(y_{2,n-1}-y_{2,1}\right)\Bigg],\quad \text{ïðè } S_1\bigcap S_2=S_2;\\ \dfrac{1}{2}\Bigg[x_{A_1}\cdot\left(y^{A_p}_{n_{A_p}}-y^{A_1}_{1}\right)+\ldots+x^{A_1}_{n_{A_1}}\cdot\left(y^{A_1}_{n_{A_1}-1}-y_{A_2}\right)+\\ \quad+x_{A_2}\cdot\left(y^{A_1}_{n_{A_1}}-y^{A_2}_{1}\right)+\ldots\\ \quad+x^{A_p}_{n_{A_p}}\cdot\left(y^{A_p}_{n_{A_p}-1}-y_{A_1}\right)\Bigg],\quad \text{ïðè } S_1\bigcap S_2\neq\varnothing;\\ 0,\quad \text{ïðè } S_1\bigcap S_2=\varnothing.\end{cases}\tag{7}$$

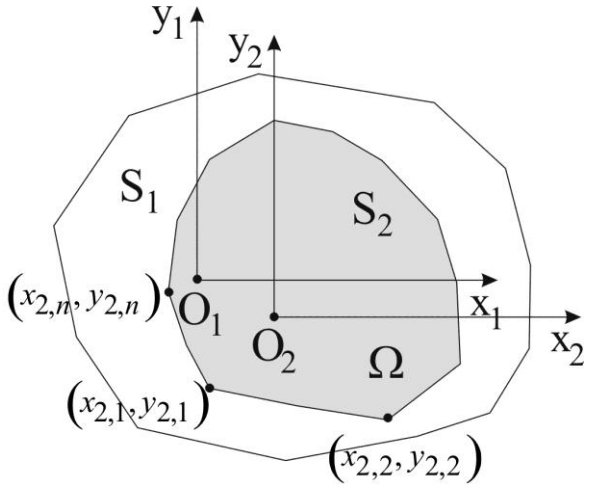

Рис. 2.

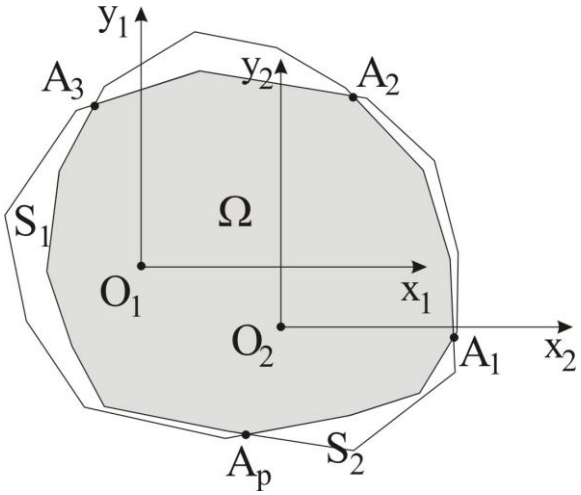

Рис. 3.

Також в роботі отримано аналітичні вирази ω-функцій покриття при взаємодії наступних геометричних об’єктів зі змінними метричними характеристиками: неопуклих однозв’язних багатокутників; опуклих та неопуклих однозв’язних багатокутників; опуклих однозв’язних багатокутників та кіл; неопуклих однозв’язних багатокутників та кіл. Слід зазначити, що кількість доданків у виразі (7) буде залежати від форми, розмірів та положення локальних систем координат відповідних геометричних об’єктів.

Таким чином, удосконалення апарату ω-функцій покриття дозволило формалізувати обмеження задачі (1)÷(4). Разом з тим, вираз (7) можна отримати лише у деякі моменти часу, коли форма, розміри та положення

відповідних геометричних об'єктів є фіксованими, що унеможливлює отримання аналітичного розв'язку задачі. В зв'язку з цим, було проведено дослідження геометричних властивостей ω-функцій для об'єктів зі змінними метричними характеристиками та розроблено спосіб побудови ω-поверхонь, що ґрунтується на наступних твердженнях та властивостях.

Твердження 1. ω-функція $\omega_\Omega(p_1;\ldots;p_N;x_1,y_1;\ldots;x_N,y_N)=0$, в загальному випадку, утворює ω-гіперповерхню у просторі $R^{2N+1+2\sum_{i=1}^{N} n_i}$, де n_i - кількість вершин i-го багатокутника покриття.

Аналогічні твердження можна зробити для кіл, а також для кіл і багатокутників.

Властивість 6. Розглянемо ω-функцію для двох геометричних об'єктів S_1 та S_2 $\omega_\Omega(p_1;p_2;x_1,y_1;x_2,y_2)=0$. При фіксації координат вершин обох об'єктів відносно їх локальних систем координат та початку локальної системи координат об'єкта S_1 можна отримати тривимірну проекцію ω-гіперповерхні $\omega_\Omega(p_2)=\omega_\Omega(x_2,y_2)$.

Визначення 1. Множину точок, координати яких задовольняють рівнянню $\omega_\Omega(p_2)=\omega_\Omega(x_2,y_2)$ назвемо ω-поверхнею.

В роботі запропоновано спосіб комп'ютерного моделювання ω-поверхонь на прикладі 2-х прямокутників S_1 та S_2 відповідно до властивості 6.

Так, параметри прямокутника S_1 є фіксованими ($a_1=7$; $b_1=3$; $x_1=0$; $y_1=0$), а параметри прямокутника S_2 змінюються в залежності від положення його локальної системи координат. При кожній зміні параметрів прямокутника S_2 відбувається побудова ω-поверхні.

Приклади побудови ω-поверхонь для зазначених прямокутників наведені на рис. 4, 5. Дослідження ω-поверхонь дозволило сформулювати твердження та виявити основні їх властивості.

Твердження 2. Контур, що може бути отриманий шляхом перетину ω-поверхні для об'єктів S_1 та S_2 з площиною $x0y$, являє собою 0-рівень Ф-функції для зазначених об'єктів.

Твердження. 3. ω-поверхня для геометричних об'єктів S_1 та S_2 зі змінними метричними характеристиками являє собою об'єднання фрагментів поверхонь, що можуть бути отримані під час кожної зміни координат вершин (радіусів) відповідних об'єктів.

Виходячи з твердження 3, можна сформулювати наступну властивість.

Властивість 7. ω-поверхня для геометричних об'єктів S_1 та S_2 зі змінними метричними характеристиками, в загальному випадку, є незв'язною.

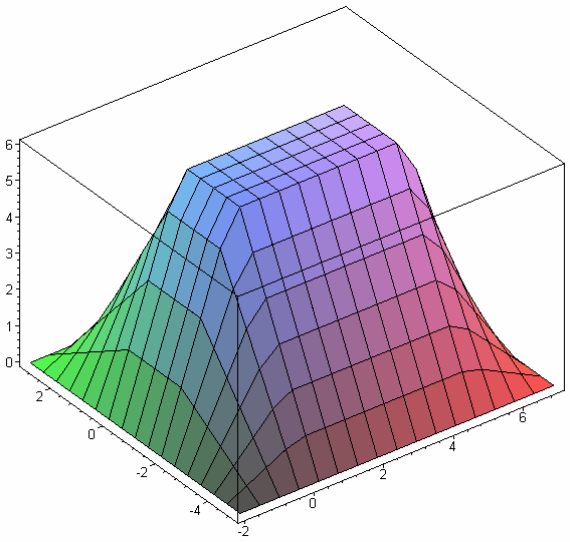

Рис. 4. ω-поверхня
($a_2 = 2,\ b_2 = 5$)

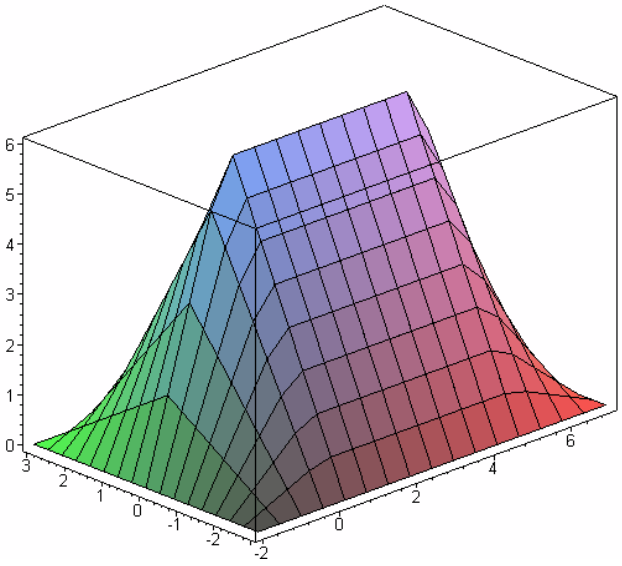

Рис. 5. ω-поверхня
($a_2 = 2,\ b_2 = 3$)

Дослідження ω-поверхонь, що наведені на рис. 6, 7, дозволило виявити наступні властивості.

Властивість 8. ω-поверхня для геометричних об'єктів S_1 та S_2, що являють собою прямокутники, причому $a_1 >> a_2$, а $b_1 >> b_2$, вироджується у площину, яка є паралельною до $x0y$ і лежить від неї на відстані, що дорівнює площині об'єкта S_2.

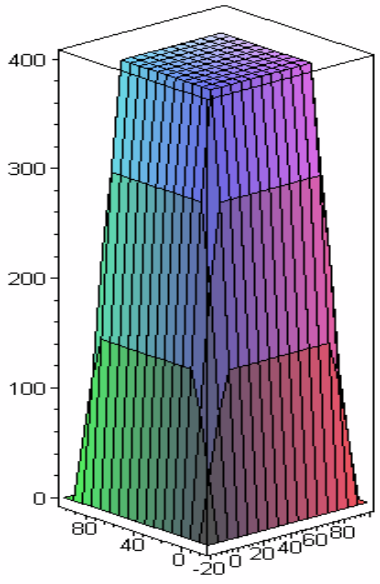

Рис. 6. ω-поверхня ($a_1 = 100$,
$b_1 = 100,\ a_2 = 20,\ b_2 = 20$)

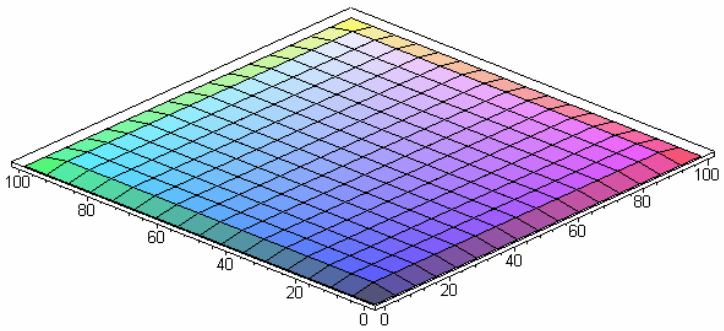

Рис. 7. ω-поверхня
($a_1 = 100,\ b_1 = 100,\ a_2 = 1,\ b_2 = 1$)

Властивість 9. В задачах оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами, початки локальних систем координат яких мають розташовуватися на фіксованих місцях, ω-поверхня буде являти собою дискретно-подану поверхню.

Таким чином, виявлені властивості ω-функцій та ω-поверхонь, дозволяють формалізувати обмеження та розробити ефективний метод розв'язання поставленої задачі.

У **третьому розділі** наведено загальну модель та метод оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками. Так, зазначена модель має наступний вигляд:

$$\min_{W} N, \tag{8}$$

де W:

$$\omega_{\Omega}\left(p_{\bigcup_{i=1}^{N} S_i}; p_0; 0,0; x_0, y_0 \right) = S^0; \tag{9}$$

$$p_{\bigcup_{i=1}^{N} S_i} = \left\{ x_1^*, y_1^*; x_2^*, y_2^*; \ldots; x_{n^*}^*, y_{n^*}^* \right\};$$

$$p_0 = \left\{ x_{0,1}, y_{0,1}; x_{0,2}, y_{0,2}; \ldots; x_{0,n}, y_{0,n} \right\};$$

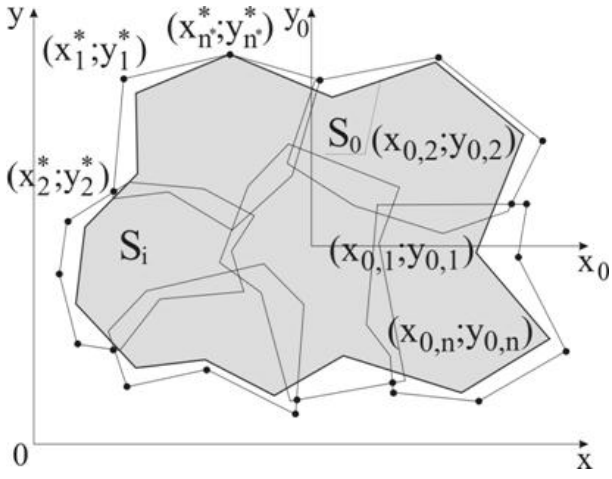

Рис. 8. Геометрична інтерпретація обмеження (9)

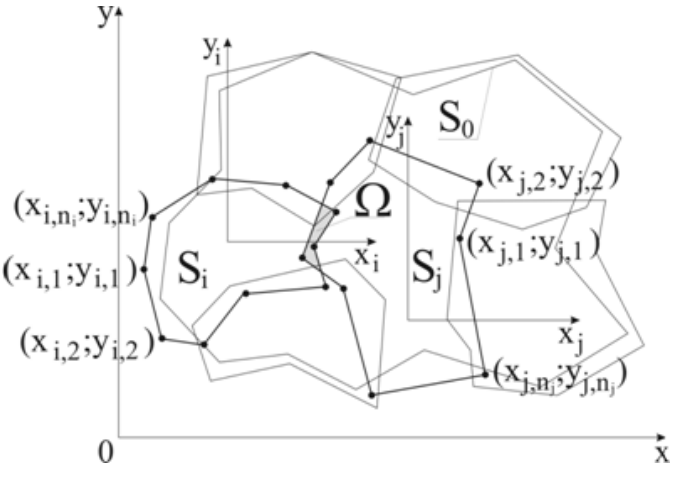

Рис. 9. Геометрична інтерпретація обмеження (10)

$$\omega_{\Omega}\left(p_i; p_j; x_i, y_i; x_j, y_j \right) \to 0,\ i = 1,2,\ldots,N;\ \ j = i+1,\ldots,N; \tag{10}$$

$$\left\{ p_i \right\} = \left\{ x_{i,1}, y_{i,1}; x_{i,2}, y_{i,2}; \ldots; x_{i,n_i}, y_{i,n_i} \right\};$$

$$\left\{p_j\right\}=\left\{x_{j,1},y_{j,1};x_{j,2},y_{j,2};\ldots;x_{j,n_j},y_{j,n_j}\right\};$$

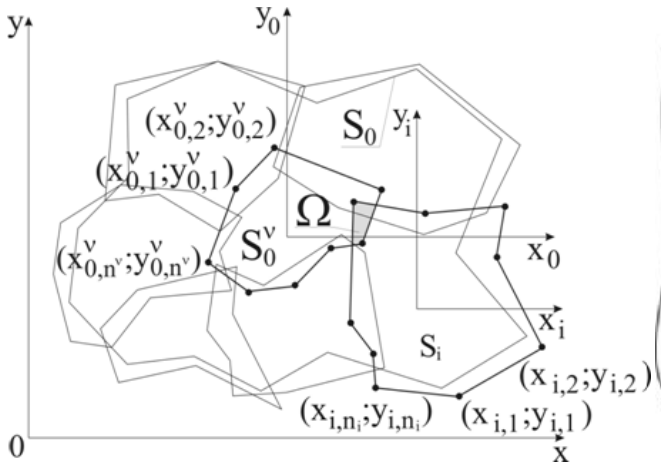

Рис. 10. Геометрична інтерпретація обмеження (11)

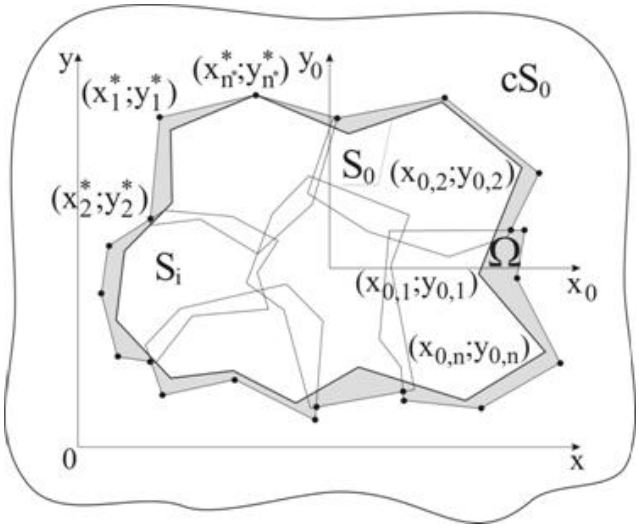

Рис. 11. Геометрична інтерпретація обмеження (12)

$$\omega_{\Omega}\left(p_i;p_{0,\nu};x_i,y_i;x_0,y_0\right)\to 0,\ i=1,2,\ldots,N;\ \nu=\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_n; \tag{11}$$

$$\left\{p_{0,\nu}\right\}=\left\{x^{\nu}_{0,1},y^{\nu}_{0,1};x^{\nu}_{0,2},y^{\nu}_{0,2};\ldots;x^{\nu}_{0,n^{\nu}},y^{\nu}_{0,n^{\nu}}\right\};$$

$$\omega_{\Omega}\left(p_i;p_{cS_0};x_i,y_i;x_0,y_0\right)\to 0;\ i=1,2,\ldots,N;\ cS_0\bigcup S_0=R^2; \tag{12}$$

$$\left\{p_{cS_0}\right\}=\left\{x_{0,n},y_{0,n};x_{0,n-1},y_{0,n-1};\ldots;x_{0,1},y_{0,1}\right\};$$

$$p_i\in F_i\left(S_0\right);\ i=1,2,\ldots,N. \tag{13}$$

В моделі (8)÷(13): обмеження (9) описує умову повного покриття області S_0, що являє собою, в загальному випадку, неопуклий багатокутник, причому S^0 - площа заданої області (рис. 8); обмеження (10) описує умову мінімізації площі взаємного перетину об'єктів покриття S_i та S_j, що являють собою, в загальному випадку, неопуклі багатокутники зі змінними метричними характеристиками (рис. 9); обмеження (11) описує умову мінімізації площі перетину об'єктів покриття S_i з областями заборони S^{ν}_0 (рис. 10); обмеження (12) являє собою умову мінімізації площі перетину об'єктів покриття S_i з

доповненням області S_0 до простору R^2 (рис. 11); умова (13) описує обмеження на форми та розміри об'єктів покриття.

Властивість 10. Якщо задано множину точок $\{O_l(x_l; y_l)\}$, $l = 1,2,\ldots,N_l$, в яких мають розміщуватись початки локальних систем координат об'єктів покриття S_i, $i = 1,2,\ldots,N$ зі змінними метричними характеристиками, то до моделі (8)÷(13) додається наступне обмеження:

$$\{x_i; y_i\} \in \{O_l(x_l; y_l)\};\ i = 1,2,\ldots,N;\ l = 1,2,\ldots,N_l. \qquad (14)$$

В роботі досліджено особливості загальної моделі (8)÷(14), а також здійснено геометричне моделювання областей припустимих розв'язків задачі.

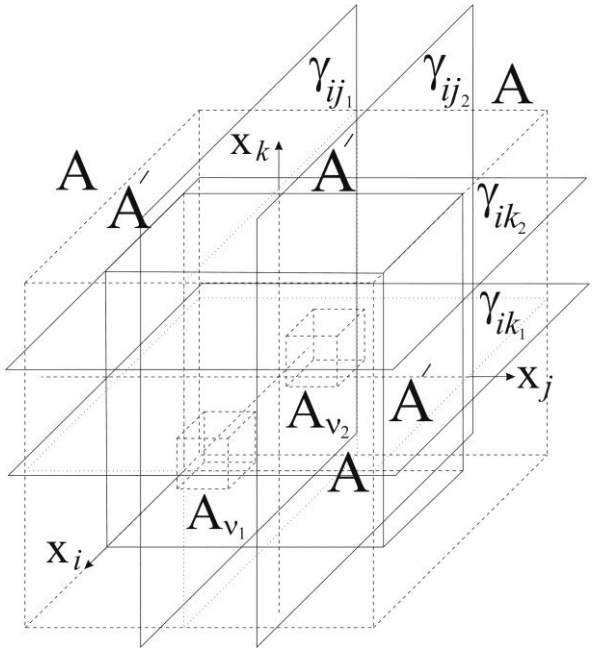

Рис. 12. Область припустимих розв'язків для задачі (8)÷(13)

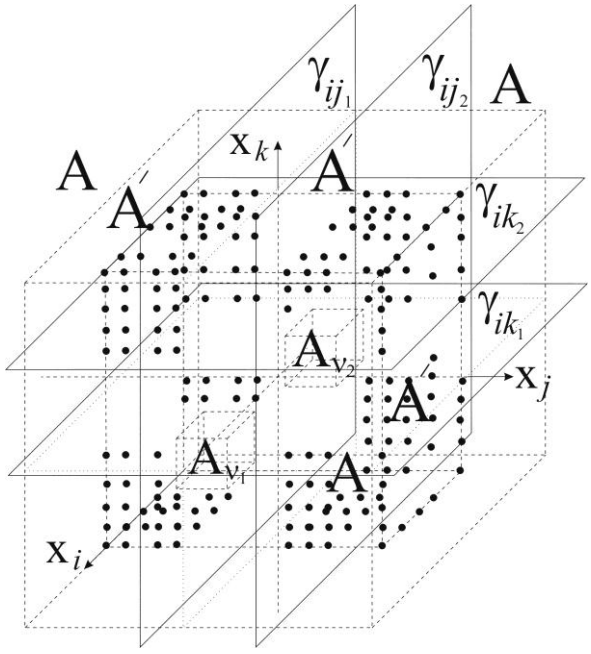

Рис. 13. Вплив додавання до моделі обмеження (14)

Так, зазначені області припустимих розв'язків визначаються обмеженнями задачі, а приклади їх побудови наведено на рис. 12, 13.

Аналіз моделі та області припустимих розв'язків в задачі оптимізаційного покриття заданої області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками дозволив виявити наступні особливості та сформулювати твердження:

1. Цільова функція задачі є неаналітичною (алгоритмічною).
2. Обмеження задачі є кусочно-нелінійними.
3. В загальному випадку, кількість обмежень, що необхідно врахувати для розв'язання задачі, дорівнює $C_N^2 + 2N + \nu_n N + 1$, де N - кількість об'єктів покриття; ν_n - кількість областей заборони.

4. Область припустимих розв'язків являє собою набір незв'язних гіперповерхонь у багатовимірному просторі. У частковому випадку є дискретною.

Твердження 4. Розв'язання оптимізаційної задачі покриття заданої області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками полягає у досягненні максимуму ω-поверхні, що описує перетин об'єкта $\bigcup_{i=1}^{N} S_i$ з заданої областю S_0, та 0-рівнів ω-поверхонь для кожної пари об'єктів покриття S_i, $i=1,2,\ldots,N$, об'єктів покриття та cS_0, об'єктів покриття та областей заборони S_0^{ν}, $\nu=\nu_1,\nu_2,\ldots,\nu_n$.

Наведені особливості дозволяють зробити висновок, що для розв'язання даної задачі неможливо застосувати відомі методи оптимізації. В зв'язку з цим, було розроблено наступні метод та способи оптимізаційного покриття заданої області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками.

На рис. 14 наведена геометрична інтерпретація розробленого методу оптимізаційного покриття однозв'язної області багатокутниками зі змінними метричними характеристиками.

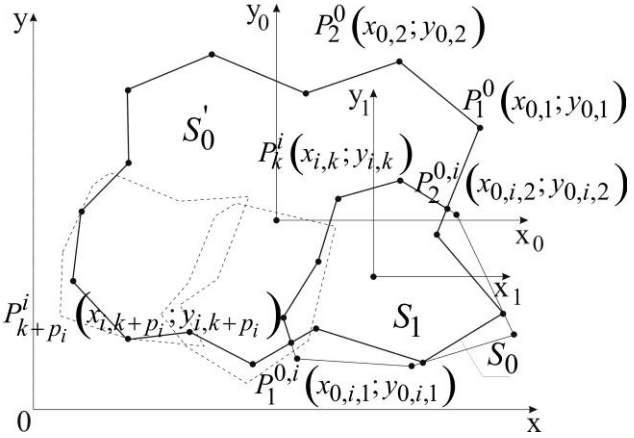

Рис. 14.

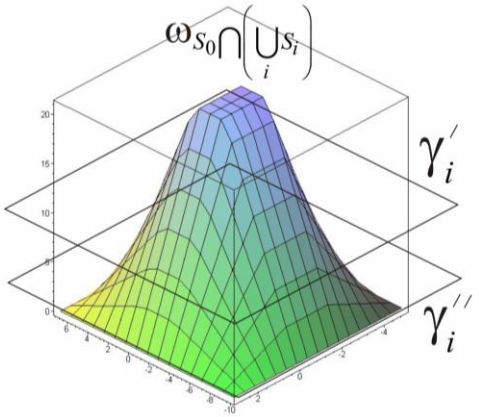

Рис. 15.

Сутність даного методу полягає у тому, що для побудови i-го об'єкта покриття розглядаються у якості початкових всі вершини поточної області (для об'єкта S_1 - область S_0; для S_2 - $S_0^{'}=S_0\setminus S_1$; для S_3 - $S_0^{''}=S_0\setminus\left(S_1\bigcup S_2\right)$ і т.д.), при цьому здійснюється формування дерева, на рівнях якого записуються зазначені вершини. Перебір всіх гілок дерева забезпечує знаходження раціонального розв'язку задачі, а оцінка складності методу (кількість варіантів покриття області S_0, що підлягають аналізу) дорівнює:

$$O_1=\prod_{i=1}^{N} n^i, \qquad (15)$$

де N - кількість об’єктів покриття; n^i - кількість вершин i-тої поточної області покриття. Слід відзначити, що форма і розміри об’єктів покриття визначаються відповідно до (13).

Аналіз області припустимих розв’язків та властивостей ω-поверхонь дозволив розробити спосіб послідовного поодинокого покриття області S_0, суть якого полягає у тому, що для знаходження раціонального розв’язку задачі необхідно аналізувати не всю поверхню в цілому, а лише її фрагмент, що при побудові об’єкта покриття S_i обмежується площинами $\gamma_i^{'}$ та $\gamma_i^{''}$ (рис. 15). При цьому оцінка складності даного способу має вигляд:

$$O_{1.1} = \sum_{i=1}^{N} n^i . \qquad (16)$$

Графічна інтерпретація оцінок складності наведена на рис. 16, 17.

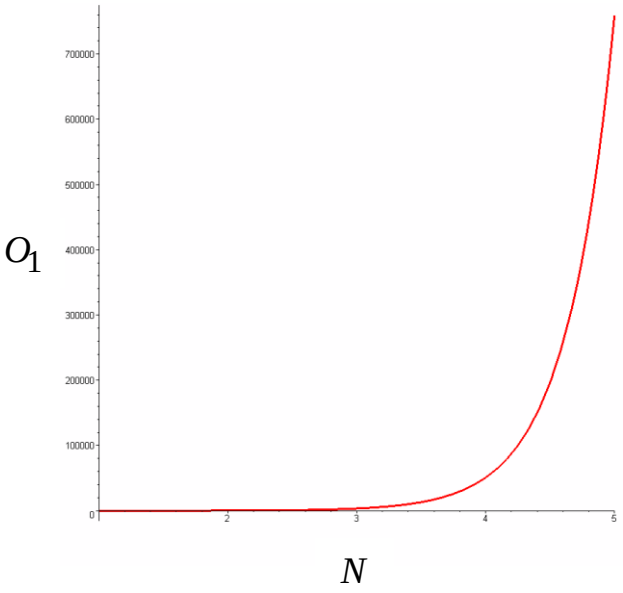

Рис. 16.

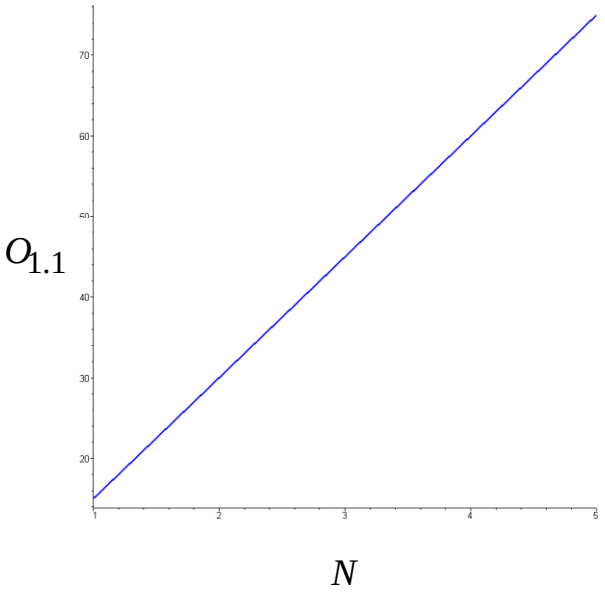

Рис. 17.

Також в роботі розроблено способи оптимізаційного покриття:

- однозв’язної області колами змінного радіусу, колами та багатокутниками зі змінними метричними характеристиками;
- багатозв’язної області багатокутниками зі змінними метричними характеристиками;
- багатозв’язної області колами змінного радіуса, колами та багатокутниками зі змінними метричними характеристиками;
- багатозв’язної області геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками, початки локальних систем координат яких розміщуються на фіксованих місцях;
- ланок ломаних ліній, що належать неопуклому багатокутнику, геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками.

Слід зазначити, що всі перелічені способи розроблено з урахуванням аналізу області припустимих розв'язків задачі та властивостей ω-поверхонь.

В роботі відзначено випадки, коли дана задача не має розв'язку.

Четвертий розділ присвячено комп'ютерному моделюванню оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками.

На підставі створених моделі та методу (способів) було розроблено алгоритмічне та програмне забезпечення даної задачі, головне вікно якого наведено на рис. 18.

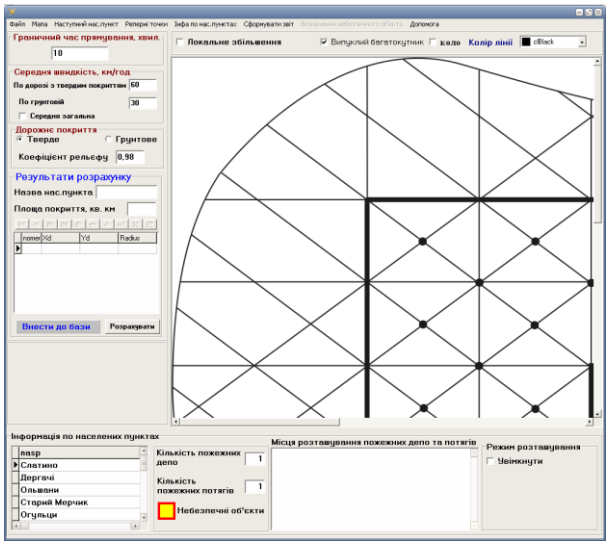

Рис. 18.

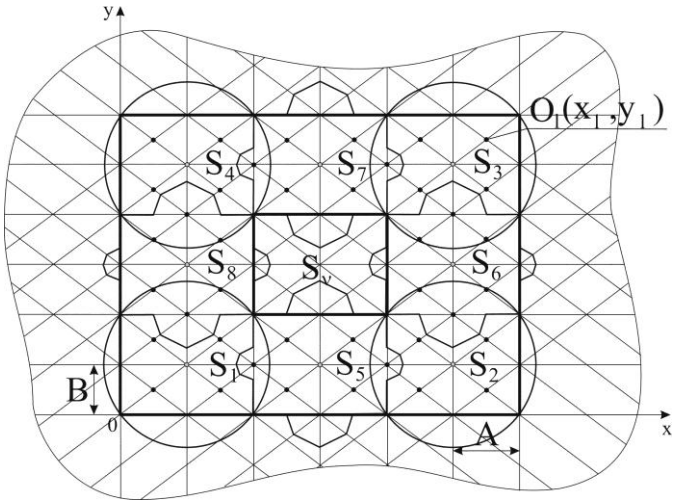

Рис. 19.

Для перевірки адекватності створеного методу та способів було розв'язано низку тестових прикладів, зокрема на рис. 19 наведено результат розв'язання тестової задачі оптимізаційного покриття багатозв'язної області неопуклими багатокутниками і колами. Слід зазначити, що умова (13) в даному випадку мала наступний вигляд:

$$R_i \le R^*, \qquad (17)$$

де R - відстань від початку локальної системи координат i-го об'єкта покриття до вершин багатокутника по відрізках прямих, що з'єднують точки $O_l\left(x_l; y_l\right)$, $l = 1,2,\ldots,N_l$; R^* - задана відстань. В нашому випадку, $R^* = 10$; $A = 8$; $B = 6$; $A_v = 16$; $B_v = 12$. Координати вершин (радіуси) та положення локальних систем координат об'єктів S_i, $i = 1,2,\ldots,8$ зазначені в роботі.

За допомогою створеного алгоритмічного та програмного забезпечення було розв'язано важливу практичну задачу, а саме, задачу раціонального покриття об'єктів (ділянок) залізниці районами функціонування підрозділів воєнізованої охорони та пожежно-рятувальних підрозділів (рис. 20). При цьому найвіддаленіші точки ділянки залізниці, що обслуговуються пожежним поїздом, визначаються шляхом перетину кола відповідного радіусу (який є

змінним) з відповідною ділянкою залізниці. Райони функціонування пожежно-рятувальних підрозділів являють собою неопуклі багатокутники зі змінними метричними характеристиками.

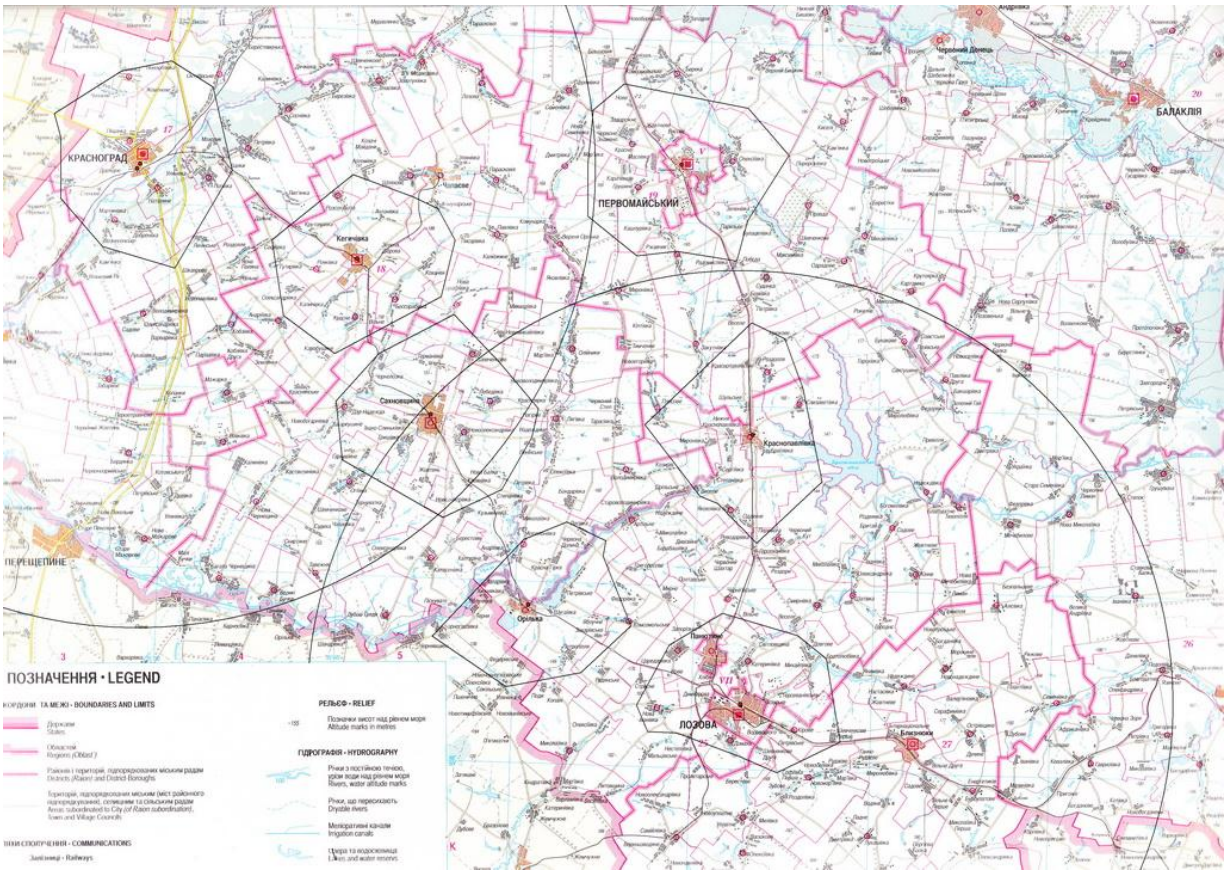

Рис. 20.

Слід зазначити, що при розв’язанні задачі враховано наявність пожежно-рятувальних підрозділів в м. Первомайський, м. Лозова, смт. Кегичівка та смт. Сахновщина, а також наявність підрозділу воєнізованої охорони на залізниці в м. Лозова. Під час розрахунків швидкість пожежно-рятувального автомобіля приймалась 30 км/год., а час прибуття пожежно-рятувального підрозділу у найвіддаленішу точку району виїзду – до 20 хв. Що стосується пожежного поїзду, то його швидкість приймалася рівною 40 км/год., а час досягнення найвіддаленішої точки району виїзду (перетин кола відповідного радіусу з ділянкою залізниці) – до 70 хв. (передбачається, що на відправлення зі станції відводиться до 20 хв.). Також враховувалось обмеження стосовно чисельності населення у відповідних населених пунктах.

Одержані результати дозволили зробити рекомендації про необхідність створення підрозділу воєнізованої охорони на залізниці в м. Красноград, та двох пожежно-рятувальних підрозділів в смт. Краснопавлівка та смт. Орілька (Лозівський район Харківської області). Дані рекомендації повністю відповідають положенням Концепції Державної цільової соціальної програми забезпечення пожежної безпеки на 2011-2015 рр. (Розпорядження Кабінету Міністрів України від 29.12.2010 р. № 2348-р).

ВИСНОВКИ

Дисертацію присвячено розробці методу та способів оптимізаційного покриття заданих областей у просторі R^2 геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками. Дані метод та способи базуються на застосуванні апарату ω-функцій покриття та ω-поверхонь.

Значення для науки даної роботи полягає у подальшому розвитку методів та способів побудови раціональної кількості геометричних об'єктів покриття зі змінними метричними характеристиками, що задовольняють обмеженням задачі, за допомогою удосконаленого апарату ω-функцій та створеного нового способу побудови ω-поверхонь.

Значення для практики досліджень полягає у комп'ютерному моделюванні оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками, оскільки до даного класу можуть бути зведеними актуальні практичні задачі з різних сфер діяльності людини.

При цьому отримано результати, що мають науково-практичну цінність:

1. Аналіз існуючих методів геометричного моделювання об'єктів та процесів дозволив зробити висновок про те, що на теперішній час не існує методів розв'язання задач оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками, яка відноситься до класу задач оптимізаційного геометричного проектування. Розроблено класифікацію задач оптимізаційного геометричного проектування.

2. Отримав подальшого розвитку підхід до побудови класу ω-функцій для геометричних об'єктів зі змінними метричними характеристиками. Вперше введено поняття та розроблено спосіб комп'ютерного моделювання ω-поверхонь. Дослідження властивостей ω-функцій та ω-поверхонь, дозволило формалізувати обмеження та розробити ефективний метод розв'язання поставленої задачі.

3. Розроблено нову загальну модель оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками, а також здійснено геометричне моделювання областей припустимих розв'язків задачі. Зроблено висновок, що цільова функція задачі є неаналітичною (алгоритмічною), обмеження є кусочно-нелінійними. В загальному випадку, кількість обмежень, що необхідно врахувати для розв'язання задачі, дорівнює $C_N^2 + 2N + \nu_n N + 1$, де N - кількість об'єктів покриття; ν_n - кількість областей заборони. Наведені особливості дозволили зробити висновок, що для розв'язання даної задачі неможливо застосувати відомі методи оптимізації.

4. Вперше розроблено метод та способи оптимізаційного покриття заданих областей (однозв'язний та багатозв'язний неопуклий багатокутник,

ланки ломаних ліній, що належать неопуклому багатокутнику) геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками (опуклі та неопуклі багатокутники, кола), що дозволило створити алгоритми розв’язання поставлених задач. Отримано оцінки складності розроблених методів та способів.

5. На основі розроблених загальної моделі, методу та способів оптимізаційного покриття заданих областей геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками, було створено алгоритмічне та програмне забезпечення, здійснено комп’ютерне моделювання оптимізаційного покриття однозв’язних та багатозв’язних багатокутників і ланок ломаних ліній геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками. Для розроблених алгоритмів отримано оцінки похибки.

6. Отримано результат розв’язання актуальної практичної задачі, а саме, задачі раціонального покриття об’єктів (ділянок) залізниці районами функціонування підрозділів воєнізованої охорони та пожежно-рятувальних підрозділів. На основі одержаних результатів зроблено рекомендації щодо підвищення ефективності захисту об’єктів залізниці в Харківській області від надзвичайних ситуацій різного характеру за рахунок зменшення часу реагування оперативних підрозділів на дані НС та розробки планів взаємодії зазначених підрозділів.

7. Практична значущість отриманих результатів дисертаційного дослідження підтверджується їх впровадженням в Головному управлінні МНС України в Харківській області та у Харківському загоні воєнізованої охорони Південної залізниці. Також результати дисертаційного дослідження впроваджено в навчальний процес Національного університету цивільного захисту України.

Основні положення дисертації опубліковано у таких роботах:

1. Собина В.О. Поняття геометричної інформації в задачі захисту об’єктів залізничного транспорту від надзвичайних ситуацій / В.М. Комяк, О.М. Соболь, В.О. Собина // Геометричне та комп’ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2009. – Вип. 23. – С. 118-123.

2. Собина В.О. Геометричне моделювання областей припустимих розв’язків в задачі раціонального розміщення оперативних підрозділів для захисту об’єктів залізниці / В.М. Комяк, О.М. Соболь, В.О. Собина // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТУ, 2009. – Т. 44. – С. 31-36.

3. Собина В.О. Загальна математична модель раціонального розміщення оперативних підрозділів для захисту рухомого складу та об’єктів залізниці / В.М. Комяк, О.М. Соболь, В.О. Собина // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон, 2009. – Вып. 2(35). – С. 241-246.

4. Собина В.О. Метод геометричного моделювання визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об’єктів залізниці / В.М. Комяк, О.М. Соболь, В.О. Собина // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Міжвідомчий науково-технічний збірник.– К.: КНУБА, 2009. – Вип. 82. – С. 64-68.

5. Собина В.О. Постановка задачі раціонального розміщення оперативних підрозділів для захисту рухомого складу та об’єктів залізничного транспорту / В.М. Комяк, О.М. Соболь, В.О. Собина // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. УЦЗ України. – Харків: УЦЗУ, 2009. – Вип.9. – С. 56-62.

6. Собина В.О. Особливості загальної математичної моделі визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об’єктів залізниці / В.М. Комяк, О.М. Соболь, А.Г. Коссе, В.О. Собина // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. УЦЗ України. – Харків: УЦЗУ, 2009. – Вип.10. – С. 106-111.

7. Собина В.О. Алгоритм визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об’єктів залізниці / О.М. Соболь, Л.В. Ушаков, В.О. Собина // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Міжвідомчий науково-технічний збірник.– К.: КНУБА, 2010. – Вип. 85. – С. 181-185.

8. Собина В.О. Побудова ω-функцій в задачах покриття заданої області геометричними об’єктами зі змінними метричними характеристиками / О.М. Соболь, В.О. Собина, О.М. Тур // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Міжвідомчий науково-технічний збірник.– К.: КНУБА, 2010. – Вип. 86. – С. 118-122.

9. Собина В.О. Особливості методу визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об’єктів залізниці / В.М. Комяк, О.М. Соболь, А.Г. Коссе, В.О. Собина // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. НУЦЗ України. – Харків: НУЦЗУ, 2010. – Вип.11. – С. 74-79.

10. Собина В.О. Моделювання раціонального розміщення оперативних підрозділів для захисту об’єктів залізниці / О.М. Соболь, В.О. Собина // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. НУЦЗ України. – Харків: НУЦЗУ, 2010. – Вип.12. – С. 149-154.

11. Собина В.О. Раціональне покриття об’єктів захисту районами виїзду підрозділів воєнізованої охорони на залізниці та пожежно-рятувальних підрозділів / О.М. Соболь, О.М. Семків, А.Г. Коссе, В.О. Собина // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. НУЦЗ України. – Харків: НУЦЗУ, 2011.– Вип.13. – С. 139-146.

12. Собина В.О. Моделювання раціонального покриття об’єктів залізниці районами виїзду пожежно-рятувальних підрозділів / В.О. Собина // Зб. наук. пр. Харківського університету Повітряних сил. – Харків: ХУПС, 2011. – Вип. 1(27). – С. 240-242.

Собина В.О. Раціональне покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь, Україна, 2012.

Дисертацію присвячено розробці методу та способів оптимізаційного покриття заданих областей у просторі R^2 геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками. Дані метод та способи базуються на застосуванні удосконаленого апарату ω-функцій покриття та розробленого способу побудови ω-поверхонь як для кожної пари зазначених геометричних об'єктів, так і для сукупності об'єктів та області покриття.

В роботі розроблено нову загальну модель, метод та способи раціонального покриття заданих областей плоскими геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками. Створене алгоритмічне та програмне забезпечення застосовано для комп'ютерного моделювання раціонального покриття об'єктів залізниці районами функціонування підрозділів воєнізованої охорони та пожежно-рятувальних підрозділів. Результати роботи впроваджено у Головному управлінні МНС України в Харківській області, Харківському загоні воєнізованої охорони Південної залізниці та у Національному університеті цивільного захисту України.

Ключові слова: оптимізаційне покриття, змінні метричні характеристики, ω-функція, ω-поверхня.

Собина В.А. Рациональное покрытие заданных областей геометрическими объектами с переменными метрическими характеристиками. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика. – Таврический государственный агротехнологический университет, г. Мелитополь, Украина, 2012.

Диссертация посвящена разработке метода и способов оптимизационного покрытия заданных областей в пространстве R^2 геометрическими объектами с переменными метрическими характеристиками. Данные метод и способы основываются на использовании усовершенствованного аппарата ω-функций покрытия и разработанного способа построения ω-поверхностей как для каждой пары указанных геометрических объектов, так и для совокупности объектов и области покрытия.

Актуальность разработки метода оптимизационного покрытия заданных областей геометрическими объектами с переменными метрическими характеристиками подтверждается тем, что к данному классу могут быть сведены важные практические задачи из разных предметных областей. Анализ существующих методов геометрического моделирования, методов

оптимизационного геометрического проектирования не выявил существующих подходов к решению рассматриваемого класса задач. Более того, разработанная классификация задач оптимизационного геометрического проектирования позволила сделать вывод о том, что данное направление исследований является новым и перспективным.

В работе разработана новая модель оптимизационного покрытия заданных областей геометрическими объектами с переменными метрическими характеристиками, причем формализация ограничений задачи осуществлялась с использованием аппарата ω-функций покрытия. На основании особенностей разработанной модели, области допустимых решений, а также свойств ω-поверхностей был предложен эффективный метод и способы решения рассматриваемого класса задач. Созданное алгоритмическое и программное обеспечение метода и способов оптимизацинного покрытия заданных областей геометрическими объектами с переменными метрическими характеристиками позволили осуществить компьютерное моделирование рационального покрытия объектов железнодорожного транспорта районами функционирования подразделений военизированной охраны на железной дороге и пожарно-спасательных подразделений. Результаты работы внедрены в Главном управлении МЧС Украины в Харьковской области, Харьковском отряде военизированной охраны Южной железной дороги и в учебный процесс Национального университета гражданской защиты Украины.

Ключевые слова: оптимизационное покрытие, переменные метрические характеристики, ω-функция, ω-поверхность.

Sobina V.A. Rational coverage of given areas by geometric objects with variable metric characteristics. - Manuscript.

Dissertation for seeking the scientific degree of candidate of technical sciences on the specialty 05.01.01 - Applied geometry, engineering graphics. - Tavria State Agrotechnology University, Melitopol, Ukraine, 2012.

Dissertation is devoted to development of methods and ways of optimization coverage given areas by geometric objects with variable metric characteristics. The methods are based on the use of advanced ω-functions and developed ω-surfaces for each pair of geometric objects, and for the collection of objects and areas of coverage.

In this paper a general model, the method and ways of rational coverage given areas by flat geometric objects with variable metric characteristics are developed. Created algorithmic and software used for computer modeling rational coverage railway objects by areas of functioning units of militarized guard and fire rescue units. Results of research are implemented at Headquarters Ministry of emergencies in Kharkiv region, Kharkiv paramilitary security squad of Southern Railway, in the learning process of the National Civil Defense University of Ukraine.

Keywords: optimum coverage, variable metric characteristics, ω-function, ω-surface.

Підписано до друку __.__.__. Формат 60х84/16.
Папір 80 г/м^2. Друк ризограф. Ум.друк. арк. 1,0
Тираж 100 прим. Вид. № 125/11. Зам. № 525/11.
Відділення редакційно-видавничої діяльності
Національного університету цивільного захисту України
61023, м. Харків, вул. Чернишевська, 94