

УДК 518.81

Э.Г. Петров, В.П. Пискалова, О.А. Пискалова, А.С.Скляр

СЕТЕВОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Введение

Чем сложнее и больше планируемая работа или проект, тем сложнее задачи оперативного планирования, контроля и управления. В этих условиях применение методов линейного календарного планирования не всегда дает удовлетворительные результаты, особенно для крупного и сложного объекта, поскольку не позволяет обоснованно и оперативно планировать, выбирать оптимальный вариант продолжительности выполнения работ, использовать резервы и корректировать график в ходе деятельности.

Перечисленные недостатки линейного календарного графика в значительной мере устраняются при использовании системы сетевых моделей, которые позволяют анализировать график, выявлять резервы и использовать электронно-вычислительную технику. Применение сетевых моделей обеспечивает продуманную детальную организацию работ, создает условия для эффективного руководства.

Управление проектами зародилось в 30-60-х годах XX века и развиваются по сей день. Именно в этот период были заложены начальные основы управления проектами. Планирование и контроль выполнения проектов в этот период базировалось на детерминированных линейных моделях Гантта и циклограммах с использованием графоаналитических методов их расчета и оптимизации. Однако по мере усложнения выполняемых проектов, увеличения трудоемкости работ и ростом неопределенности, что делает невозможным задание их выполнения в детерминированном виде, указанные модели стали малоэффективными.

Как альтернатива, по мере развития ЭВМ и информационных технологий, в 60-е гг. XX в. начали развиваться методы сетевого планирования: метод критического пути, метод PERT [1], которые подразумевают применение статистического подхода, требующего большой выборки однородных событий. Однако применение этого подхода требует значительных затрат времени, и в настоящее время возможность накопления данной выборки весьма затруднена, так как практически каждый проект индивидуален и к нему предъявляются различные требования. Одним из вариантов замены статистической информации являются оценки экспертов, которые на основе опыта анализа и выполнения других проектов могут сформировать субъективные статистические оценки.

Основная часть

Всякий намеченный комплекс работ, необходимых для достижения некоторой цели, называют проектом. Проект (или комплекс работ) подразделяется на отдельные работы. Выполнение каждой отдельной работы, входящей в комплекс (проект), требует затрат, ресурсов и времени. Некоторые работы могут выполняться только в определенном порядке. В этом случае при выполнении комплекса работ всегда можно выделить ряд событий, то есть итогов какой-то деятельности, позволяющих приступить к выполнению следующих работ. Если каждому событию поставить в соответствие вершину графа, а каждой работе — ориентированное ребро, то получится некоторый граф. Он будет отражать последовательность выполнения отдельных работ и наступление событий в едином комплексе. Если над ребрами проставить время, необходимое для завершения соответствующей работы, то получится сеть. Изображение такой сети называют сетевым графиком.

Этапы разработки и управления ходом работ с помощью сетевого графика имеют следующую последовательность основных операций [2]:

1) составление перечня всех действий и промежуточных результатов (событий) при выполнении комплекса работ и графическое их отражение; 2) оценка времени выполнения каждой работы, а затем расчет сетевого графика для определения срока достижения поставленной цели; 3) оптимизация рассчитанных сроков и необходимых затрат; 4) оперативное управление ходом работ путем периодического контроля и анализа получаемой информации о выполнении заданий и выработка корректирующих решений.

Работа — это любые процессы (действия), приводящие к достижению определенных результатов (событий). Понятие "работа" может иметь следующие значения:

- а) действительная работа — работа, требующая затрат времени и ресурсов;
- б) ожидание — процесс, требующий затрат только времени (сушка, старение, релаксация и т.п.);
- в) фиктивная работа, или зависимость, — изображение логической связи между работами (изображается пунктирной стрелкой, над которой не проставляется время или проставляется нуль).

События (кроме исходного) являются результатами выполненных работ. Событие не является процессом и не имеет продолжительности. Наступление события соответствует моменту начала или окончания работ (моменту формирования определенного состояния системы).

Планирование выполнения проекта в срок является важным условием достижения заданных показателей продолжительности проекта и стоимости объектов. Вместе с тем динамичный характер производства и окружающей среды, риски возникновения непредвиденных ситуаций и многие другие факторы зачастую приводят к несоответствию плана и фактического хода работ. Повышение степени адекватности системы планирования проектов реальным производственным условиям достигается за счет применения сетевых методов.

Календарный план выполнения проекта, разработанный и утвержденный до начала выполнения работ, представляет собой модель направленных на достижение поставленных целей взаимосвязанных производственных процессов. Как и любая модель, календарный план должен одновременно соответствовать противоречивым условиям простоты и адекватности. Для разработки календарных планов выполнения проекта используются методы сетевого моделирования, которые позволяют увязать выполнение различных работ и процессов во времени, получив в результате общую продолжительность всего проекта.

Общая продолжительность проекта зависит от взаимозависимости работ (топологии сетевой модели), от продолжительностей работ и временных ограничений, установленных на сроки работ. Сетевые модели, состоящие из работ, взаимная последовательность и продолжительность которых заданы однозначно, называются детерминированными сетевыми моделями. Увеличение фактической продолжительности критических работ на детерминированной сетевой модели, вызванное какими-либо причинами, приводит к соответствующему увеличению общей продолжительности проекта, в то время как некритические работы обладают некоторыми резервами времени.

Вследствие динамичного характера различных проектов и огромного количества факторов, влияющих на успех осуществления работ, только в редких случаях фактическая продолжительность и стоимость работ может совпасть с аналогичными параметрами, указанными в детерминированном календарном плане. Неопределенность, имеющая место при планировании, приводит к существенным расхождениям между планом и фактическим выполнением работ в ходе выполнения проекта и необходимости постоянных пересчетов календарного плана. Также могут возникнуть ситуации, при которых изменяется запланированная последовательность выполнения работ.

Все вероятностные сетевые модели подразделяются на два типа:

- неальтернативные – зафиксирована последовательность выполнения работ (т.е. однозначно определены связи между работами), в то время как продолжительность всех или некоторых работ характеризуется функциями распределения вероятности;
- альтернативные – не только продолжительности всех или некоторых работ, но и связи между работами (а иногда и само выполнение работ) носит вероятностный характер.

В настоящее время известно множество методов вероятностного сетевого планирования, наиболее распространенными из которых являются:

1. метод оценки и анализа программ (Program Evaluation and Review Technique, PERT);
2. метод статистических испытаний или метод Монте-Карло;
3. метод графической оценки и анализа программ (Graphic Evaluation and Review Technique, GERT).

Особенность метода PERT заключается в возможности учета вероятностного характера продолжительностей всех или некоторых работ при расчете параметров времени на сетевой модели. Он позволяет определять вероятности окончания проекта в заданные периоды времени и к заданным срокам.

Вместо одной детерминированной величины продолжительности для работ проекта задаются (как правило, экспертным путем) три оценки длительности: оптимистическая (работа не может быть выполнена быстрее, чем за t_{iopt}); пессимистическая (работа не может быть выполнена медленнее, чем за t_{inacc}) и наиболее вероятная t_{ibe} . Затем вероятностная сетевая модель превращается в детерминированную путем замены трех оценок продолжительностей каждой из работ одной величиной, называемой ожидаемой продолжительностью t_{ie} и рассчитываемой как средневзвешенное арифметическое трех экспертных оценок длительностей данной работы:

$$t_{ie} = \frac{t_{iopt} + 4t_{ibe} + t_{inacc}}{6}$$

Для характеристики степени неопределенности оценки продолжительности отдельной работы служит дисперсия, вычисляемая по формуле:

$$\sigma_i^2 = \left(\frac{t_{inacc} - t_{iopt}}{6} \right)^2$$

Сроки выполнения работ и продолжительность всего проекта можно рассчитывать на сетевой модели уже с помощью детерминированных методов. Вместе с тем появляется возможность определения «крайних» продолжительностей проекта, а именно:

оптимистической T_{onn} – общая продолжительность проекта при самых благоприятных условиях.

Для определения оптимистической продолжительности проекта необходимо для всех работ принять для расчета в качестве их продолжительностей оптимистические оценки;

пессимистическая T_{nec} – величина общей продолжительности проекта при самых неблагоприятных обстоятельствах. Для определения пессимистической оценки продолжительности проекта необходимо для всех работ принять для расчета в качестве их продолжительностей пессимистические оценки.

Надо отметить, что вероятности завершения проекта в сроки, определяемые оптимистической или пессимистическими величинами, стремятся к нулю. Если подставить в детерминированную модель ожидаемые продолжительности каждой работы, то можно получить общую продолжительность проекта, вероятность окончания работ к сроку, определяемому которой, равна 50 %, т.е. так называемую ожидаемую продолжительность проекта.

Вместо одной величины продолжительности проекта метод PERT позволяет получить нормальное распределение вероятности продолжительности, мода которого соответствует ожидаемой продолжительности проекта. Для определения вероятности реализации проекта за время, отличное от ожидаемого, рассматривается величина стандартного (среднеквадратического) отклонения кривой нормального распределения, которая отражает степень неопределенности оценки продолжительности всего проекта:

В формуле учитываются только дисперсии работ, образующих критический путь.

Согласно теории вероятности, вероятность выполнения проекта в пределах $T_e - \sigma_{T_e}$; $T_e + \sigma_{T_e}$ равна 68,27 %, а вероятность выполнения проекта в пределах $T_e - 3\sigma_{T_e}$; $T_e + 3\sigma_{T_e}$ равна 99,73 %, т.е. практически стопроцентная вероятность.

Как было рассмотрено, основным методом сетевого планирования в условиях неопределенности является метод PERT, при реализации которого все значения сетевого графика представляются в виде вероятностных оценок событий. Определение таких оценок требует мощной выборки однородных событий. Однако для сложных уникальных проектов формирование таких оценок требует выборки практически невозможно. Поэтому в настоящее время для выполнения сетевого планирования чаще используются субъективные мнения экспертов.

Одной из форм представления мнений экспертов является теория нечетких множеств, оперирующая нечеткими числами. В данной статье рассмотрена возможность представления основных понятий сетевого планирования в нечетком виде.

Как известно, нечеткие числа служат математической основой для построения математических систем с использованием лингвистических переменных и обычных арифметических операций.

Нечетким числом (НЧ) A называется нечеткое подмножество числовой оси R , имеющее функцию принадлежности $\mu_A: R \rightarrow [0,1]$, где R – множество действительных чисел, $F(R) = \{\mu | \mu: R \rightarrow [0,1]\}$ – множество всех нечетких подмножеств числовой оси [3].

Унимодальное нечеткое число A с модой a (т.е. $\mu_A(a) = 1$) задается с помощью $L(y)$ и $R(y)$ следующим образом:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), & \text{если } x \leq a; \\ R\left(\frac{x-a}{\beta}\right), & \text{если } x \geq a. \end{cases}$$

где a — мода; $\alpha > 0$, $\beta > 0$ — левый и правый коэффициенты нечеткости.

В таблице 1 приведены основные временные параметры сетевых графиков, и их представление в виде нечетких L-R чисел [3].

Таблица 1

Параметры сетевых графиков

Элемент сети	Наименование параметра	Условное обозначение параметра	Представление параметров в нечетком виде
Событие i	Ранний срок свершения события	$t_p(i)$	$t_p(i)\Delta(c,\gamma,\nu)_{LR}$, где c - мода, γ, ν - левый и правый

			коэффициенты нечеткости.
	Поздний срок свершения события	$t_n(i)$	$t_n(i)\Delta(b, \delta, \varphi)_{LR}$, где b - мода, δ, φ - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Ранний срок свершения события j	$t_p(j)$	$t_p(j)\Delta(m, \chi, \theta)_{LR}$, где m - мода, χ, θ - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Резерв времени события	$R(i)$	
	Резерв времени события j	$R(j)$	
Работа (i, j)	Продолжительность работы	$t(i, j)$	$t(i, j)\Delta(a, \alpha, \beta)_{LR}$, где a - мода, α, β - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Ранний срок начала работы	$t_{pn}(i, j)$	$t_{pn}(i, j)\Delta(h, \varpi, \eta)_{LR}$, где h - мода, ϖ, η - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Ранний срок окончания работы	$t_{po}(i, j)$	$t_{po}(i, j)\Delta(s, \phi, \varepsilon)_{LR}$, где s - мода, ϕ, ε - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Поздний срок начала работы	$t_{nn}(i, j)$	$t_{nn}(i, j)\Delta(z, \tau, \psi)_{LR}$, где z - мода, τ, ψ - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Поздний срок окончания работы	$t_{no}(i, j)$	$t_{no}(i, j)\Delta(w, \zeta, \lambda)_{LR}$, где w - мода, ζ, λ - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Полный резерв времени работы	$R_{II}(i, j)$	
Путь L	Продолжительность пути	$t(L)$	$t(L)\Delta(f, \kappa, \sigma)_{LR}$, где f - мода, κ, σ - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Продолжительность критического пути	$t_{кр}$	$t_{кр}\Delta(d, \mu, o)_{LR}$, где d - мода, μ, o - левый и правый коэффициенты нечеткости.
	Резерв времени пути	$R(L)$	

Событие в сетевой модели может иметь следующие значения:

- а) исходное событие — начало выполнения комплекса работ;
- б) завершающее событие — достижение конечной цели комплекса работ;
- в) промежуточное событие или просто событие — результат одной или нескольких входящих в него работ;
- г) граничное событие — событие, являющееся общим для двух или нескольких первичных или частных сетей.

Событие для работ может иметь следующие значения:

- 1) начальное событие, за которым непосредственно следует данная работа;
- 2) конечное событие, которому непосредственно предшествует данная работа.

Путь — это любая последовательность работ в сети, в которой конечное событие каждой работы этой последовательности совпадает с начальным событием следующей за ней работы.

Путь (L) от исходного до завершающего события называется полным.

Путь от исходного до данного промежуточного события называется путем, предшествующим этому событию.

Путь, соединяющий какие-либо два события i и j , из которых ни одно не является исходным или завершающим, называется путем между этими событиями.

Параметры сетевой модели

К основным параметрам сетевой модели относятся:

- а) критический путь;
- б) резервы времени событий;
- в) резервы времени путей и работ.

Работы, у которых ранние и поздние сроки совпадают, называются критическими работами проекта, а в совокупности они образуют его критический путь ($L_{кр}$). Это самая длинная последовательность работ проекта, которая определяет его длительность. Изменение продолжительности любой работы, лежащей на критическом пути, соответственным образом меняет срок наступления завершающего события. При планировании комплекса работ критический путь позволяет найти срок наступления завершающего события. В процессе управления ходом комплекса работ внимание менеджеров сосредотачивается на главном направлении — на работах критического пути. Это позволяет наиболее целесообразно и оперативно контролировать ограниченное число работ, влияющих на срок разработки, а также лучше использовать имеющиеся ресурсы.

Критический путь отмечает задачи в проекте, который должны быть закончены точно вовремя для соблюдения временных рамок всего проекта в целом. Для менеджера крайне важно знать и контролировать критический путь проекта, чтобы не затянуть его реализацию. Если нужно оптимизировать проект по срокам, необходимо сокращать работы, лежащие на критическом пути.

Продолжительность критического пути:

$$t_{кр} = \max(t(L)).$$

Резерв времени события — это такой промежуток времени, на который может быть отсрочено наступление этого события без нарушения сроков завершения комплекса работ в целом. Резерв времени события $R(i)$ определяется как разность между поздним $t_n(i)$ и ранним $t_p(i)$ сроками наступления события: $R(i) = t_p(i) - t_n(i)$.

Базируясь на арифметике нечетких чисел L-R типа [], формулу можно представить в виде:

$$R(i) = (c, \gamma, v)_{LR} - (b, \delta, \varphi)_{LR} = (c - b, \gamma + \delta, v + \varphi)_{LR}.$$

Поздний из допустимых сроков $t_n(i)$ — это такой срок наступления события, превышение которого вызовет аналогичную задержку наступления завершающего события, то есть если событие наступило в момент $t_n(i)$, оно попало в критическую зону и последующие за ним работы должны находиться под таким же контролем, как работы критического пути.

Ранний из возможных сроков наступления события $t_p(i)$ — это срок, необходимый для выполнения всех работ, предшествующих данному событию. Это время находится путем выбора максимального значения из продолжительности всех путей, ведущих к данному событию.

Нулевой резерв времени событий. Для этих событий допустимый срок равен наименьшему ожидаемому. Исходное (C_n) и завершающее (C_n) события также имеют нулевой резерв времени. Работы, лежащие на критическом пути, имеют временной резерв, равный нулю.

Увеличение времени выполнения работы, лежащей на критическом пути, заведомо вызывает увеличение цикла выполнения всего проекта. Продолжительность выполнения работ, имеющих положительный резерв времени, в пределах этого резерва можно увеличивать, не опасаясь изменения цикла выполнения всего проекта.

Следует отметить, что резервы времени могут быть отрицательными, если на продолжительность работ наложено директивное ограничение.

Резерв времени путей и работ

Полный резерв времени пути $R(L)$ — это разница между длиной критического пути t_{kp} и длиной рассматриваемого пути $t(L)$:

$$R(L) = t_{kp} - t(L).$$

В нечетком виде:

$$R(L) = (d, \mu, o)_{LR} - (f, \kappa, \sigma)_{LR} = (d - f, \mu + \kappa, o + \sigma)_{LR}.$$

Он показывает, насколько в сумме могут быть увеличены продолжительности всех работ, принадлежащие пути L_i , то есть предельно допустимое увеличение продолжительности этого пути. Полный резерв времени пути может быть распределен между отдельными работами, находящимися на этом пути.

Полный резерв времени работы $R_n(i, j)$ — это максимальный период времени, на который можно увеличить продолжительность данной работы, не изменяя при этом продолжительности критического пути:

$$R_n(i, j) = t_p(j) - t_p(i) - t(i, j).$$

В нечетком виде:

$$R_n(i, j) = (m, \chi, \theta)_{LR} - (c, \gamma, v)_{LR} - (a, \alpha, \beta)_{LR} = (m - c - a, \chi + \gamma + \alpha, \theta + \gamma + v)_{LR}.$$

Зависимый резерв времени работы $R_z(i, j)$

Поскольку резерв времени пути L может быть использован для увеличения цикла работ, находящихся на этом пути, можно сказать, что любая из работ пути L на его участке, не совпадающем с критическим путем, обладает резервом времени. Но у этого резерва есть особенность:

если мы его используем частично или целиком для увеличения цикла $t(i, j)$ какой-либо работы (i, j) , то соответственно уменьшается резерв времени у остальных работ L . Поэтому такой резерв времени пути, на котором она находится, называется зависимым резервом времени работы (i, j) и обозначается через $R_z(i, j)$.

Следует отметить, что кроме полного резерва времени работы выделяют еще три разновидности резервов. Частный резерв времени первого вида R_1 — часть полного резерва времени, на которое можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом позднего срока ее начального события. R_1 находится по формуле:

$$R(i, j) = R_n(i, j) - R(i).$$

Частный резерв времени второго вида, или свободный резерв времени R_c работы i, j представляет собой часть полного резерва времени, на которое можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом раннего срока ее конечного события. R_c находится по формуле:

$$R_c(i, j) = R_n(i, j) - R(j).$$

Независимый резерв времени работы R_{Hij}

У отдельных работ помимо зависимого резерва времени может иметься и независимый резерв времени, обозначаемый через R_{Hij} , который определяется как часть полного резерва, получаемая для случая, когда все предшествующие работы заканчиваются в поздние сроки, а все последующие начинаются в ранние сроки:

$$R_{Hij} = R_n(i, j) - R(i) - R(j).$$

Данные параметры также могут быть выражены в виде нечетких чисел, но для этого необходимо вычислить конкретные значения показателей, формулы вычисления которых в нечетком виде приведены выше.

Возможности смещения сроков начала и окончания каждой работы определяется с помощью ранних и поздних сроков наступления событий, между которыми выполняется данная работа:

- ранний срок начала работы $T_{рн}(i, j) = T_p(i)$;
- поздний срок начала работы $T_{пнi}(i, j) = T_n(i) - t(i, j)$;
- ранний срок окончания работы $T_{роi}(i, j) = T_p(i) + t(i, j)$;
- поздний срок окончания работы $T_{ро}(i, j) = T_n(j)$.

Заключение

Метод PERT является основным методом сетевого планирования в условиях неопределенности, при реализации которого все значения сетевого графика представляются в виде вероятностных оценок событий, которые требуют мощной выборки однородных событий. Применение данного подхода требует значительных затрат времени, и в настоящее время возможность накопления данной выборки весьма затруднена, так как практически каждый проект индивидуален и к нему предъявляются различные требования.

Поэтому в настоящее время для выполнения сетевого планирования чаще используются субъективные мнения экспертов, которые на основе опыта анализа и выполнения других проектов могут сформировать субъективные статистические оценки.

Список использованной литературы

1. Просветов, Г.И. Математические методы в экономике / Г.И. Просветов. – М.: Изд-во РДЛ, 2004. – 160 с.
2. Ребрин Ю.И., Основы экономики и управления производством. - Конспект лекций: Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – 145 с.
3. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта/под ред. Д.А.Поспелова. – М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат. лит., 1986. – 312 с.

MagazinePIT@ukr.net.