УДК 518.81

В.П. Писклакова, О.А. Писклакова

СИНТЕЗ МОДЕЛИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ ВЕРОЯТНОСТНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Введение

Одним из важнейших необходимых условий повышения эффективности принимаемых решений является полный, комплексный учет всех факторов явно или опосредовано влияющих на текущие и отдаленные последствия решения. Стремление обеспечить указанное требование по необходимости приводит к увеличению размерности, повышению сложности моделей, многокритериальности и, как следствие, к снижению степени определенности как общей постановки задачи принятия решений, как исходных данных для ее решения. Таким образом, стремление к повышению эффективности и обоснованности принимаемых решений связано в общем случае с необходимостью развития методологии, моделей и инструментальных средств решения задач принятия решений в условиях многокритериальности и неопределенности.

Постановка задачи

При принятии решений в условиях многокритериальности, когда эффективность решения характеризуется кортежем противоречивых разнородных частных показателей (критериев) $< k_i(x) >$, $i = \overline{1,n}$, при непустом множестве компромиссных решений, задача

$$x^{\circ} = \arg \underset{x \in X}{extr} < k_j(x) > ; \ \forall j = \overline{1,m}, \qquad (1)$$

является некорректной, так как не имеет единственного решения.

Наиболее перспективным способом регуляризации задачи многокритериальной оптимизации является формирование обобщенной скалярной оценки качества допустимых решений (функции полезности $P(x)$) [1]:

$$\overline{K}(x) \equiv P(x) = F[\lambda, K_j(x)] \, ; \forall j = \overline{1,m}, \qquad (2)$$

где λ – коэффициенты изоморфизма, приводящие разнородные частные критерии $K_j(x)$ к изоморфному виду.

Процедура многофакторного оценивания является субъективной интеллектуальной процедурой, поэтому носителями исходной информации, необходимой для структурно-параметрической идентификации ее модели является специалисты (эксперты) в различных проблемных областях, а основным методом получения первичной информации – метод экспертного оценивания. Субъективизм метода экспертного оценивания и широта проблемно – ориентированных задач привели к тому, что в настоящее время на практике используются несколько альтернативных моделей многофакторного оценивания. Наиболее широко известна аддитивная [2]

$$P(x_j) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^i (x_j), \qquad (3)$$

где $k_i^i(x)$ - нормализованные, т.е. приведенные к безразмерному виду, единому интервалу [0, 1] возможных значений; a_i - безразмерные коэффициенты относительной важности нормализованных частных критериев.

Для учета неопределенностей в каждом конкретном случае пользователь может с той или иной степенью достоверности определить интервал возможных значений величины, задавая на числовой оси ее левую D_l и правую D_r границы [3]. Такие интервальные величины

$$\Delta = D_r - D_l \qquad (4)$$

количественно характеризуют степень неопределенности, а информация о характере распределения возможных значений внутри интервала – качественно. По качественному признаку выделяют вероятностную (статистическую), нечеткую и равновозможную интервальные неопределенности. В первом случае характер распределения возможных значений внутри интервала определяет закон распределения вероятностей, во втором – функция принадлежности нечеткому множеству, а в третьем все значения являются равновозможными.

С учетом выше сказанного модель скалярного многофакторного оценивания полезности альтернативных решений (3) будет иметь вид

$$\overline{P}(x) = F[(\overline{A}, \overline{k}_i^{\,i}(x_j)], \; i = \overline{1,n}, \qquad (5)$$

где знаком «–» отмечены интервальные неопределенные величины различного вида.

Особенность модели (5) заключается в том, что, т.к. переменные являются интервальными величинами, результат оценивания, т.е. полезность $\overline{P}(x)$, является интервальным числом. Вместе с этим конечная задача процедуры принятия решений заключается в выборе конкретного точечного решения [4].

Решение задачи

Обязательным этапом реализации методологии принятия решений в условиях неопределенности является вычисление интервальных значений многофакторной скалярной оценки полезности альтернативных решений $x \in X$. Эта задача не вызывает принципиальных затруднений в том случае, если все неопределенности относятся к одному виду по информации о характере распределения значений на интервале. Для каждого вида информации (статистической, нечеткой, равновозможных величин) определены специализированные правила выполнения арифметических операций сложения и умножения, которые необходимы для вычисления полезности $P(x)$.

Методы принятия решений в условиях вероятностной неопределенности известны как методы принятия решений в условиях риска. Под риском понимается возможность негативного исхода при принятии решения.

Результат принятия решений зависит от внешних условий, под которыми понимаются различные факторы, на которые невозможно воздействовать из-за того, что не известны условия реализации решения [5].

В данной статье рассматриваются критерии принятия решений в условиях стохастической неопределенности.

ЛПР выбирает лучшую альтернативу в зависимости от целевой установки, которую он реализовывает в процессе решения задачи. Результат решения задачи ЛПР определяет по одному из критериев принятия решений. Для того, чтобы перейти к однозначному и по возможности наиболее выгодному варианту решения, необходимо ввести оценочную (целевую) функцию. При этом, каждой альтернативе (x_i) ЛПР приписывает некоторый результат $P(x_i)$, который характеризует все последствия этого решения. Из массива результатов принятия решений ЛПР выбирает элемент $P(x^*)$, который наилучше отображает мотивацию его поведения [6].

Критерий максимального математического ожидания выигрыша применяется в тех случаях, когда ЛПР известен закон распределения вероятностей состояний внешней среды. Каждая альтернатива x_i оценивается математическим ожиданием выигрыша ЛПР при заданных состояниях внешней среды, которое максимизируется.

$$P(x^*) = \max_{x \in X} M(x), \qquad (6)$$

где $M(x) = \int\limits_{s \in S} f(x,s)p(s)ds$ в непрерывном случае и $M(x_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} f(x_i, s_j) \cdot p(s_j)$ в дискретном случае [7].

Критерий минимальной дисперсии

Условия применения данного критерия те же, что и для критерия максимального математического ожидания. Особенность критерия минимальной дисперсии в том, что он разрешает уменьшить риск получения невысокого выигрыша при довольно хорошем математическом ожидании в случае большого разброса значений выигрыша. Оптимальном по данному критерию считается та альтернатива ЛПР, при выборе которой значение дисперсии выигрыша минимальное

$$P(x^*) = \min_{x \in X} D(x), \qquad (7)$$

где $D(x) = \int\limits_{s \in S} (f(x,s) - M(x))^2 p(s)ds$ в непрерывном случае и $D(x_i) = \sum\limits_{j=1}^{m} (f(x_i, s_j) - M(x_i))^2 \cdot p(s_j)$ в дискретном случае[5].

Критерий «ожидаемое значение - дисперсия»

Критерий максимального математического ожидания имеет область применения, ограниченную большим количеством однотипных решений, принятых в аналогичных ситуациях. Этот недостаток устраняется, если применить комбинацию критерия максимального математического ожидания и выборочной дисперсии $D(x)$. Возможным критерием при этом является

$$P(x^*) = \max_{x \in X}(M(x) - K \cdot (D(x))\,, \qquad (8)$$

где $M(x)$ и $D(x)$ – соответственно математическое ожидание и дисперсия выигрыша; K – заданная константа. Эта константа интерпретируется как уровень несклонности к риску, так как определяет «степень важности» дисперсии относительно математического ожидания [5].

Критерий граничного уровня

В случае, когда ЛПР действует по этому критерию, он определяет желательное значение выигрыша, который выбирается из интервала [5]

$$\min_{x \in X, s \in S} f(x,s) \le f \le= \max_{x \in X, s \in S} f(x,s)\,, \qquad (9)$$

и альтернативу, которой соответствует значение

$$P(x) = \max_{x \in X} P(f(x,s) > f)\,. \qquad (10)$$

Критерий наиболее вероятного результата

Согласно этому критерию выбирается такая альтернатива, которая максимизирует количественную оценку своих последствий при наиболее вероятном состояния внешней среды

$$P(x) = \max_{x \in X} f(x, s^*)\,, \qquad (11)$$

где $s^* = \arg\max_{s \in S} p(s)$.

Использование этого критерия связано с тем, что с практической точки зрения знание наиболее вероятного результата обеспечивает необходимую информацию для принятия решения [8].

Критерий минимального среднего риска

Критерий минимального среднего риска применяется в таких случаях, когда ЛПР известен закон распределения вероятности состояний внешней среды. Каждая альтернатива x_i оценивается математическим ожиданием риска ЛПР при заданных состояниях внешней среды. Оптимальной считается альтернатива ЛПР, при выборе которой значение математического ожидания риска минимальное [8, 5]

$$P(x) = \min_{x_i \in X} M(x_i)\,, \qquad (12)$$

где $M(x_i) = \sum_{j=1}^{m} r(x_i, s_j) \cdot p(s_j)$ в дискретном случае.

Для применения статистического подхода необходима большая представительная выборка наблюдений, накопить которую в реальных ситуациях нет возможности, или знаний эксперта, полученных на основе анализа подобных ситуаций. Обобщением вышеперечисленных критериев является обобщенная функция риска, которая предложена в данной работе.

Любому точечному решению соответствует некоторое ожидаемое значение эффекта, которое определяется конкретными точечными значениями переменных. По определению, переменные являются интервальными, т.е. могут принимать с некоторой возможностью любые значения на интервале. Отклонение переменных от принятых точечных значений приводит к потерям. При этом потери могут быть двух видов:

- негативными (L_N), что означает уменьшение эффективности по сравнению с расчетным уровнем за счет неблагоприятного сочетания значений параметров интервальных возможных значений (это аналог традиционного вероятностного риска R);
- позитивными (L_p) – это недополученный эффект, который потенциально можно было бы получить, в связи с тем, что параметры приняли значения более благоприятные по сравнению с расчетными.

Технологию принятия решений с учетом указанных возможных потерь будем обозначать аббревиатурой VaL (Value-at-Loss) и называть VaL технологией.

Согласно VaL технологии ожидаемый эффект V необходимо максимизировать, а потери обоих видов L_N, L_p – минимизировать. При этом сумма L_N и L_p является постоянной величиной. Таким образом

$$\begin{aligned}
&V(x) \to \max_{x \in X};\\
&L_N(x) \to \min_{x \in X};\\
&L_p(x) \to \min_{x \in X};\\
&L_N(x) + L_p(x) = const;\\
&a \le x \le b,
\end{aligned} \tag{13}$$

где a, b - соответственно левая и правая границы интервала возможных значений переменных x.

Очевидно, что позитивные (L_p) и негативные (L_N) потери имеют для пользователя (ЛПР) различную ценность: L_N - это прямые потери эффекта (финансов, времени выполнения работы, материальных ресурсов и т.д.), тогда как (L_p) – это сожаление о недополученном потенциально возможном эффекте. Тогда с учетом того, что

$$L_N(x) + L_p(x) = const \tag{14}$$

можно записать

$$x^{\circ} = \arg\max_{x \in X}[V(x) - \alpha L_p(x) - (1-\alpha)L_N(x)] \tag{15}$$

$$0 \le \alpha \le 1. \tag{16}$$

Тогда если $\alpha = 0$, реализуется стратегия крайнего пессимизма, при $\alpha = 1$ - стратегия крайнего оптимизма, при $\alpha = 0.5$ - минимаксная стратегия.

Для вычисления L_N и L_p будем полагать, что известна зависимость, характеризующая распределение на интервале возможных значений переменных $x \in [a, b]$.

$$V = F(x), \qquad x \in [a, b]. \tag{17}$$

Тогда при $x = a$:

$$L_p(x) = 0; \qquad L_N = \int_a^b F(x)dx; \tag{18}$$

при $x = b$:

$$L_N(x) = 0; \qquad L_p = \int_a^b F(x)dx; \tag{19}$$

При $x = c, \quad a \le c \le b$:

$$L_p = \int_a^c F(x)dx; \qquad L_N = \int_c^b F(x)dx. \tag{20}$$

Потребность развития и использования VaL — технологии для решения практических задач распределения ресурсов в условиях неопределенности требует разработки эффективных вычислительных алгоритмов и реализации их в компьютерных программах для решения задач оптимального распределения ресурсов в условиях неопределенности. Более того, современный подход постановки и решения задач оптимального распределения ресурсов требует эффективного использования всей доступной информации об использовании ресурсов в тех объектах, в которые распределяются ресурсы.

Список литературы:

1.*Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений / П. Фишберн.– М.: Наука, 1978.–352с.

2. *Штойер Р.* Многокритериальная оптимизация. Теория, расчет и приложения / Р. Штойер. – М.: Радио и связь, 1992. 504с.

3.Саати Т. Математические модели конфликтных ситуаций. – М.: Сов. радио. – 1977. – 304 с.

4. *Крючковский В.В* Анализ адекватности взаимной трансформации неопределенностей при вычислении скалярных интервальных значений полезности альтернатив / В.В. Крючковский, Н.А. Брынза, А.Х. Баддур // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков, НТУ «ХПИ», 2010. – № 9. – С. 169-177.

5. *Гребеннік І.В.* Методи підтримки прийняття рішень / І.В. Гребеннік, Т.Є. Романова, А.Д. Тевяшев, Г.М. Яськов: Навч. посібник. – Харків: ХНУРЕ, 2010. − 128с.

6.*Нейман Дж.* Теория игр и экономическое поведение / Дж. Нейман., О. Моргенштерн / Пер. с англ. Н.Н. Воробьева. – М.: Наука, 1970. – 124 с.

7. *Петров Е.Г.* Методи і засоби прийняття рішень в соціально – економічних системах / Е.Г. Петров, М.В. Новожилова, І.В. Гребеннік. – К.: Техніка, 2004. – 256 с.

8. *Литвак Б. Г.* Разработка управленческого решения — М.: Издательство «Дело», 2004 г. — 392 с.

УДК 519.81
Синтез модели многокритериальной оптимизации в условиях вероятностной неопределенности / В.П.Писклакова, О.А.Писклакова// Вестник Херсонского государственного технического университета. – 2012. – № 0(00). - С.00-00. Библ.: 8 назв., рус.

Статья посвящена решению задачи многокритериальной оптимизации в условиях вероятностной неопределенности. Рассмотрены проблемы решения данной задачи при использовании критериев принятия решений в условиях стохастической неопределенности. Обобщением таких критериев является обобщенная функция риска, которая предложена в работе.

УДК 519.81
Синтез моделі багатокритеріальної оптимізації в умовах імовірнісної невизначеності / В.П.Пісклакова, О.О.Писклакова / / Вісник Херсонського державного технічного університету. - 2012. - № 0 (00). С.00-00. Бібл.: 8 назв., рос.

Стаття присвячена вирішенню задачі багатокритеріальної оптимізації в умовах імовірнісної невизначеності. Розглянуто проблеми вирішення даної задачі при використанні критеріїв прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності. Узагальненням таких критеріїв є узагальнена функція ризику, яка запропонована в роботі.

UDK 519.81
Synthesis of multi-criteria optimization model in a probabilistic uncertainty / V.P. Pisklakova, O.A.Pisklakova // Journal of Kherson State Technical University. – 2012. – № 0(00). - P.00-00. Ref.: 8 items., rus.

The work is devoted to solving the problem of multicriteria optimization in a probabilistic uncertainty. The problems of solving this problem by using the criteria of decision making under stochastic uncertainty. The generalization of these criteria is a distribution of risk, which is offered in the work.