

УДК 515.2:

О.М.Семків, А.М.Шопова

Національний університет цивільного захисту України

НАБЛИЖЕНИЙ ОПИС ФОРМИ ОБЕРТАННЯ НАВКОЛО ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ ОСІ ГНУЧКОЇ НИТКИ ПОСТІЙНОГО ПЕРЕТИКУ

Наведено розрахунки форми гнучкої нитки, яка обертається навколо горизонтальної осі, що інтенсивність відцентрового навантаження рівномірна, розподілена по довжині нитки (провисання невелике порівняно з її прольотом)

Постановка проблеми. Розробка ефективних засобів боротьби з лісовими пожежами однією з актуальних проблем не тільки в лісовому господарстві України, але й у багатьох країнах [1, 2]. Тому доцільними будуть дослідження, спрямовані на розробку нових технічних пристроїв боротьби з лісовими пожежами. В Національному університеті цивільного захисту України у процесі розробки новий ґрунтометальний механізм із жорстким ланцюгом як робочим органом. В роботі [3] наведено схематичні зображення навішеного ґрунтометального механізму (рис. 1). Метання ґрунту тут здійснюється завдяки обертанню навколо горизонтальної осі ланцюга, у якості якого пропонується обрати ланцюг морського якоря. При цьому ланки ланцюга здійснюють частки ґрунту, і завдяки відцентровій силі здійснюється їх транспортування по коні пожежі (це вигідно для дільної скаканики на піску). Тому актуальними будуть дослідження, присвячені тощук раціональних параметрів ґрунтометального механізму.

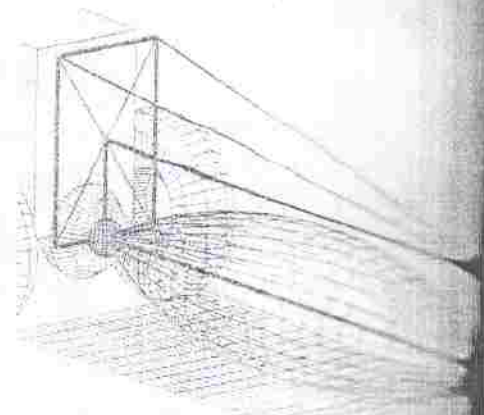


Рис. 1. Ґрунтометальний механізм (зображено алгоритм обертання ланцюга)

Аналіз останих досліджень і публікацій. Дію прикладної геометрії (задача про форму траєкторії) обертання ланки жорсткого ланцюга, яка впливає на ефективність механізму ґрунтометання. В роботі [3] цю поверхню названо квазіконусом, але за умов вона зводиться до «класичного» конуса. Але в процесі обертання зв'язки ланки ланцюга біля ґрунту можливі інші варіанти форми ланцюга. Для дослідження цього пропонується вважати гнучкою ниткою, яка обертається навколо горизонтальної осі. Тут зустрічаються аналогічні в'язні елементи, про визначенні міцності яких вимірюють власну вагу. Це – так звані гнучкі нитки [5,6]. Таким терміном позначається група елементів диніях електропередач з кватірових доріжках, у високим мостах і ще інших спорудах. Тут об'єкти досліджуються засобами курсів якоря матеріалів [7]. Але ще недостатньо дослідження пов'язані з розрахунком форми гнучкої нитки, яка обертається навколо горизонтальної осі.

Формулювання цілі статті. Розрахувати форму гнучкої нитки, яка обертається навколо горизонтальної осі за умови, що інтенсивність відцентрового навантаження рівномірно розподілена по довжині нитки (а не за її товщиною) і провисання невелике порівняно з її прольотом.

Основна частина. Нехай гнучка нитка постійного перерізу довжини l в'язна власною вагою P відвішена у двох точках, що перебувають на відстані l від осі відцентрової сили і власної ваги нитка провисає по деякій кривій AOB (рис. 2). Прокладаємо відстані між опорами (точками закріплення) позначимо як L і назвемо її прольотом нитки постійний перетин, отже, вага її розподілена рівномірно по l довжині. Вважатимемо простору систему координат зв'язки форма нитки утворюється внаслідок провисання. Тому далі вважатимемо, що вагу нитки спричиняє відцентрове навантаження нитки невелике у порівнянні з її прольотом, і довжина кривої AOB дорівнює відстані між точками A і B . У цьому випадку є достатнім ступенем точності вважати, що власна вага нитки рівномірно розподілена не по l довжині, а по довжині її прольоту.

Складемо другу умову рівноваги вирізаної частини нитки, а саме: дорівнює нулю проекцій всіх сил на вісь x : $-H + T \cos \alpha = 0$. Із цього рівняння знайдемо силу T у довільній точці $T = \frac{H}{\cos \alpha}$.

Звідси слідує, що сила T збільшується від нижньої точки нитки до опор і буде найбільшою в точках підвісу – там, де дотична до кривої провисання нитки становить найбільший кут до горизонтальної. При малому провисанні нитки цей кут не досягає більших значень, достатньою для практики степенню точності можна вважати, що зусилля у верхній частині дорівнює її натягу H . На цю величину звичайно й ведеться розрахунок міцності нитки.

Для визначення найбільшої сили біля точок підвісу будемо вважати, що опорні реакції складові реакції опор рівні між собою й дорівнюють половині сумарного навантаження, тобто $\frac{gl}{2}$. Горизонтальні складові дорівнюють силі H , обчисленою за формулою (3). Опор можна обчислити як геометричну суму цих складових:

$$T_{\max} = \sqrt{\left(\frac{gl}{2}\right)^2 + \left(\frac{gl}{2}\right)^2} = \frac{gl}{2} \sqrt{1 + 16 \frac{f^2}{L^2}} = H \sqrt{1 + \frac{16f^2}{L^2}}$$

Якщо через F позначена площа перетину тичкої нитки, то умова її міцності $\sigma = \frac{H}{F} \leq [\sigma]$. Замінивши натяг H його значенням за формулою (3), одержимо

формули при заданих L, q, F і $[\sigma]$ можна визначити необхідну стрілу провисання f . Ця формула цьому спроститься, якщо в q буде включена лише власна вага: $q = \gamma \cdot F$, де γ – вага одиниці матеріалу нитки: $\gamma = \frac{qFL^2}{8F[\sigma]} = \frac{\lambda L^2}{8[\sigma]}$. Тобто величина f не вийде в розрахунок.

Якщо точка підвісу нитки перебуває на рівні опор, то підставляючи в формулу значення $x = -a$ і $x = b$, одержимо: $L = \frac{4q^2}{2H} \cdot a^2 = \frac{q^2 b^2}{2H}$. Відення одержимо:

$$4a^2 = \frac{q^2 b^2}{H} \quad \& \quad \text{додати перше до другого, маємо:} \quad \frac{L}{2} = \frac{q^2}{H} \quad \text{або} \quad H = \frac{q^2 L}{2}$$

$b = a = L$, одержуємо: $b \pm a = \frac{L}{\sqrt{f_2}} = L$ або $b = L \sqrt{f_2}$. Підставивши це значення в формулу певного натягу H , остаточно визначимо:

$$H = \frac{qL^2}{2(\sqrt{f_2} \pm \sqrt{f_1})^2}$$

Два знаки в знаменнику вказують на те, що можуть бути дві основні форми провисання нитки. Перша форма при меншому значенні H і знак плюс перед другим коренем (це парабола між опорами нитки). При більшому натягу H (знак мінус перед другим коренем) вершина параболи розташується лівіше опори A (рис. 2).

Можлива й третя (проміжна між двома основними) форма провисання, що виникає при $f_1 = 0$, коли початок координат O_2 співпадає із точкою A . Та або інша форма будуть залежно від співвідношень між довжиною нитки по кривій провисання AOB (рис. 2) хорди AB .

Якщо при підвісі нитки на різних рівнях невідомі стріли провисання f_1 і f_2 , але відомі натяг H , то можна одержати значення відстаней a й b і стріл провисання f_1 і f_2 . Рівняння підвіскі дорівнює $h = f_2 - f_1$. Підставимо в цей вираз значення f_1 і f_2 , і перетворимо:

$$\text{на увазі що } b + a = L: \quad h = \frac{qb^2}{2H} - \frac{qa^2}{2H} = \frac{q}{2H}(b^2 - a^2) = \frac{q}{2H}(b+a)(b-a) = \frac{qL}{2H}(b-a)$$

$$b - a = \frac{2Hh}{qL} \quad \& \quad \text{тому що } b + a = L, \text{ то } a = \frac{1}{2} - \frac{Hh}{qL} \quad \& \quad b = \frac{1}{2} + \frac{Hh}{qL}.$$

Підставляючи значення a і b в формули для стріл провисання f_1 і f_2 , одержуємо формули для обчислення величини f_1 і f_2 .

$$f_1 = \frac{q_1 L^2}{8H} + \frac{Hh^2}{2ql} - \frac{h}{2}, \quad f_2 = \frac{q_2 L^2}{8H} + \frac{Hh^2}{2ql} - \frac{h}{2}$$

Висновки. Одержані залежності дозволяють здійснити класифікацію форм провисання нитки. А саме, при $a > 0$ буде мати місце перша форма провисання нитки, при $a < 0$ – друга форма провисання нитки і при $a = 0$ – третя форма. Слід зазначити, що у тих випадках, коли стріла провисання не є малою у порівнянні із прольотом, виведені формули не можуть бути застосованими, тому що дійсна крива провисання нитки (ланцюгова лінія) буде вже значно відрізнятися від параболі, отриманої завдяки припущенню про рівномірний розподіл навантаження по прольоту нитки, а не за її довжиною, як це має місце в дійсності.

Робота в цьому напрямку продовжується. На рис. 3 зображено експериментальну установку ґрунтометального механізму.

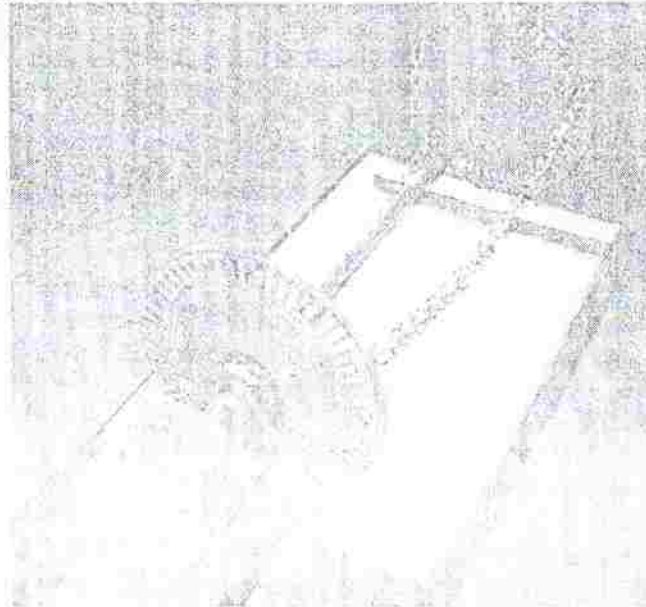


Рис. 3. Експериментальна установка ґрунтометального механізму.

Висновки. Зроблені допущення про якийсь розподіл навантаження долегшув розрахунок, але робить його разом з тим наближенням, якщо при точному розв'язанні (навантаження розподілене уздовж кривої) кривою обертання буде ланцюгова лінія, то при наближеному розв'язанні крива обертання виявляється квадратною параболою.

1. Коршиков А.А. Крупным лесным пожарам — адекватные технологии / А. А. Коршиков, Г. П. Шиллер, П. В. Сидаренко [и др.] // Лесное хозяйство. - 2005. - № 1. - С. 45 - 46.
2. Коломинова М.В. Машини и механизмы для борьбы с лесными пожарами: метод. указания / М.В.Коломинова. - Ухта: УГТУ, 2008. - 43 с.
3. Валдайский Н.П. Тушение лесных низовых пожаров способом метания ґрунта: метод. рекомендации. / Н.П.Валдайский, С.М.Вонский, А.Н.Чукичев. - Л.: ЛенНИИЛХ. - 1977. - 33с.
4. Чукичев А.Н. Ґрунтомет ГТ-3 для борьбы с лесными пожарами // А.Н.Чукичев, Н.П.Валдайский, С.М.Вонский, Ю.М.Кодянов // Сб. науч. тр. Механизация лесохозяйственных работ на северо-западе Гайжовой земли. Л.: ЛенНИИЛХ, 1976. - С. 71-76.
5. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. - 240 с.
6. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах – т. 3. – М.: Наука, 1973. – 488 с.
7. Вольмир А. С. Сопроотивление материалов. / А.С.Вольмир, Ю.П.Григорьев, А.И.Станкевич. - Москва: Дрофа, 2007. - 592 с.

розташовані на циліндрі, тобто укладає прольоту L . Нехай інтенсивність навантаження рівномірно розподілена по прольоту нитки і дорівнює q . Це навантаження (що має розмірність сила/довжина) може бути не тільки власною вагою нитки, що привадає на одиницю довжини прольоту, але й додатковою вагою наприкладного ґрунту, що також вважається розподіленим.

Початок координат виберемо в самій нижчій точці провисання нитки O , положення якої нам поки не відоме, мабуть, залежить від величини навантаження q , від відношення між довжиною нитки по кривій її провисання та довжиною прольоту, а також від відносного положення опорних точок. У точці O дотична до кривої провисання нитки, буде горизонтальною. По цій дотичній направимо праву вісь x (рис. 2).

Виріжемо двома перетинами - на початку координат і на відстані x від початку координат (перетин $m - n$) - частину довжини нитки. Тому що нитка припущена гнучкою, тобто здатною протидіяти лише розтягнню, то дія відкинутої частини на ту, що залишилася, можливо тільки у вигляді сили, спрямованої по дотичній до кривої провисання нитки в місці розрізу; інший напрямок цієї сили неможливий. На рис. 2 представлена вирізана частина нитки з діючими на неї силами. Рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю q спрямовані вертикально донизу. Вплив лівої відкинутої частини (горизонтальна сила H) спрямована ліворуч, через те, що нитка «працює» на розтягнення. Дія правої відкинутої частини (сила T) спрямована праворуч по дотичній до кривої провисання нитки в цій точці.

Складемо рівняння рівноваги вирізаної ділянки нитки. Візьмемо суму моментів всіх сил відносно точки прикладання сили T і зорівняємо її нулю. При цьому врахуємо, спираючись на введене допущення, що рівномірне розподілене навантаження інтенсивністю q буде qx , і що вона прикладена посередині відрізка x . Тоді $H \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2} = 0$, звідки

$$H = \frac{qx^2}{2l} \quad (1)$$

з формули (1) слідує, що крива провисання нитки є параболою. Коли обидві точки підвісу нитки перебувають на одному рівні, то $f_1 = f_2 = f$. Величина f у цьому випадку буде так званою стрілою провисання. Її можна визначити за умови симетрії, адже нижча точка нитки перебуватиме посередині прольоту, тому $a = b = \frac{l}{2}$; підставляючи в рівняння (1) значення $x = b = \frac{l}{2}$ й $l = l$, одержуємо:

$$f = \frac{ql^3}{8H} \quad (2)$$

З формули (1) знаходимо величину сили H :

$$H = \frac{ql^2}{8f} \quad (3)$$

Величина H визначає горизонтальний натяг нитки. Таким чином, якщо відоме навантаження q і натяг H , то за формулою (2) знайдемо стрілу провисання f . При заданих q і f натяг H визначається формулою (3). Зв'язок цих величин з довжиною s нитки по кривій провисання встановлюється за допомогою відомої з математики наближеної формули:

$$s \approx l \left(1 + \frac{8f^2}{3L^2} \right).$$

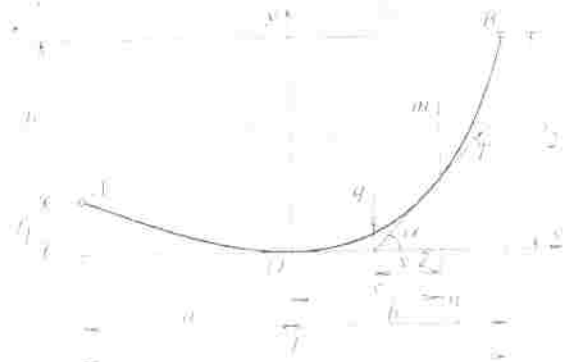


Рис. 2. Гнучка нитка постійного перерізу