

2. В той же час похибка  $m$ , визначена за запропонованіми формулами у три рази менша ніж визначена за кінематичними формулами. Зміна координати Z залежить від нахилу вертикальної осі камери та абсолютної величини самої координати Z.

Отже, отримані на основі кінематичного лінійного та нелінійного проекціювання формулами (7) надають можливість аналітично обробляти інформацію, яку несуть панорамні знімки, що будь-яких обмежень, що накладаються на їх просторове положення.

#### Література

- Коншин М.Д. Применение панорамного аэрофотоаппарата при аэрофотографической съемке / М.Д. Коншин // Геодезия и картография. – №1, – 1993. – С. 33-36.
- Кучко А.С. Аэрофотогеодезия / А.С. Кучко // Основы и методология. – М.: Недра, 1994. – 273с.
- Пулькевич И.Г. Лінійні та нелінійні оператори кінематичних проекційних відображені / И.Г. Пулькевич // Прикладна геометрія інженерна графіка. – Вип.80. – К.: КНУБА, 2009. – С.57-61.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ТОЧЕК ПАНОРАМНОЙ СЪЕМКИ

И.Г. Свидрак, О.Р. Баранецкая, В.И. Топчий, А.А.Шевчук,  
Н.С. Галкина

**Аннотация** – исследовано определение пространственных координат точек панорамной съемки с помощью методов кинематических проекционных отображений (линейные и нелинейные операторы кинематических проекционных отображений).

#### DETERMINATION OF SPATIAL CO-ORDINATES OF POINTS OF PANORAMIC SURVEY

I. Svidrak, O. Baranetska, V. Topchyk, A. Shevchuk, N. Gal'kin

#### Summary

Determination of spatial coordinates of points of panoramic survey is explored by the methods of kinematics reflections of projections (linear and nonlinear operators kinematics projections reflections).

УДК 514.18

#### ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛІВАНЬ ЗАЛЕЖНО ВІД ХАРАКТЕРУ РУШІЙНИХ СИЛ

Семків О.М., к.т.н.

Національний університет цивільного захисту України (Харків)

Тел. 067-724-98-81

**Анотація** – розроблено тарг-програму для дослідження вимушених коливань системи у межах теорії малих коливань із різноманітними характерами графіків дій рушійних сил зовнішнього впливу.

**Ключові слова** – вимушені коливання, функція зовнішнього впливу, графік рушійної сили, сили збурень коливань.

**Постановка проблеми.** Системи вимушених коливань широко застосовуються у техніці. Тому актуальності набувають розрахунки їх динаміки залежно від графіків дій сил збурень вимушених коливань. Варіанти вимушених коливань проявляються в конструкціях грунтотемляльних машин, призначених для ліквідації низових лісових пожеж в умовах відсутності води [1]. Конструкції назначених машин передбачають розміщення на спільній платформі трьох джерел осциляцій [2-4]. Перше джерело – розпушувач ґрунту, призначений для підготовки ґрунту до його використання. Друге джерело – вібраційний транспортер, призначений для підйому ґрунту для накопичення у бункері. І третє джерело – радіально-лопатковий металник, призначений для транспортування ґрунту до осередків пожежі шляхом метання. Різноманітного характеру рушійні сили збурень вимушених коливань тут виникають при дії розпушувача ґрунту. При кінцевому часі зовнішнього впливу в лінійній системі відбуваються нестабільні коливання (початок і відривання роботи розпушувача, гальмування роботи на твердому ґрунті і його нерівностях, робота у перехідних кривих). При тривалому впливі дії збурень у механічній системі можуть виникати сталі коливання (наприклад, при роботі на циху з геометричними нерівностями).

**Аналіз останніх досліджень.** Для одержання незатухаючих стальних коливань необхідно ввести який-небудь періодично діючий фактор. У випадку механічних коливань (для наочності - пружинного маятника) роль періодично діючого фактора грає зовнішнія рушійна сила  $F(t)$ , що вимушує коливання. Зазначені коливання описуються [5-8] неоднорідним диференціальним рівнянням:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \Omega t. \quad (1)$$

Розв'язок рівняння (1) є сумою загального розв'язку однорідного рівняння й часткового розв'язку неоднорідного рівняння

Однорідне рівняння  $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$  має розв'язок

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

і описує згасаючі гармонійні коливання з початковою амплітудою  $A_0$ , початковою фазою  $\varphi_0$ , коефіцієнтом згасання  $\beta = \frac{b}{2m}$  і частотою

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \text{ де } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} - \text{частота власних (незатухаючих) коливань}$$

того ж маятника,  $m$ -маса маятника,  $k$ -коєфіцієнт жорсткості пружини. Щоб одержати частковий розв'язок неоднорідного рівняння зручини перетворити [6,7] силу збурення за допомогою формул Ейлера

$$\cos \Omega t = \frac{1}{2} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}). \quad (3)$$

Тоді неоднорідне диференціальне рівняння набуде вигляду:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{2m} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}), \quad (4)$$

з частковим розв'язком

$$x = \frac{F_0}{m} \frac{\cos(\Omega t + \varphi)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}, \quad (5)$$

де початкова фаза обчислюється за формулою  $\varphi = -\arctg \frac{2\beta\Omega}{(\omega_0^2 - \Omega^2)}$ .

Отриманий частковий розв'язок (5) диференціального рівняння (4) описує гармонійне коливання із частотою  $\Omega$  сили збурення і постійною амплітудою, але зміщене в порівнянні із силою на фазу  $\varphi$ . Тоді повний розв'язок рівняння змушених коливань залежно від

амплітуди  $A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$  прийме вигляд [5,6]:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) + A \cos(\Omega t + \varphi). \quad (6)$$

З розв'язку (6) видно, що змушенні коливання являють собою суму двох рухів. А саме, згасаючих коливань із частотою  $\omega$ , амплітуда яких убував за експоненціальним законом, а також незатухаючих коливань із постійною амплітудою  $A$  і частотою  $\Omega$  сили збурення. Спільний внесок цих двох коливальних рухів і описує поведіння коливальної системи під дією зовнішньої періодичної сили [5-8].

**Формулювання цілей статті.** За допомогою складеної maple-програми дослідити змушенні коливання системи у межах теорії малих коливань із різними характеристиками графіків дій рушійних сил зовнішнього впливу.

**Основна частина.** Було складено базову maple-програму розв'язання на аналітичному рівні диференціального рівняння

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \cos \pi t. \quad (7)$$

Враховуючи позначення констант інтегрування \_C1 і \_C2 і синтаксис мови maple, розв'язок можна представити у вигляді:

$$x(t) = e^{((- \beta + \sqrt{\beta^2 - w\theta^2})t)} _C2 + e^{((- \beta - \sqrt{\beta^2 - w\theta^2})t)} _C1 \\ + \frac{(w\theta^2 - \pi^2) \cos(\pi t) + 2\pi \sin(\pi t) \beta}{4\beta^2 \pi^2 + w\theta^4 - 2w\theta^2 \pi^2 + \pi^4}$$

На рис. 1 зображені графіки функції сили збурення (позначено точками) і одержаного розв'язку (сукільна лінія) залежно від інтервалу зміни параметра  $t$  тут і далі для значень  $\beta = 0,025$  і  $\omega_0 = 3$ .

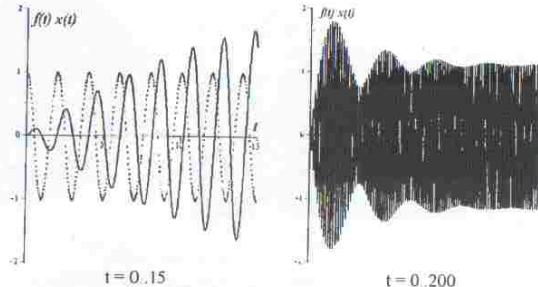


Рис. 1. Графіки функцій «гармонійної» сили збурення і одержаного розв'язку.

Графіки з рис. 1 узгоджуються з відомими результатами [6,6] згідно яких на першому етапі коливань спостерігається додавання двох гармонійних коливань. Шляхом проведення комп'ютерних експериментів зі складеною програмою можна переконатися у тому, що тривалість першого етапу залежить від величини загасання  $\beta$  у коливальній системі. А також, що починаючи з деякого моменту часу амплітуда згасючих коливань стає багато меншою амплітуди коливань із частотою сили, що вимушує коливання. Маятник починає здійснювати гармонійні коливання з постійною амплітудою в частотою заданої сили. Тобто виникають сталі коливання.

Також було складено програму для розв'язання рівняння

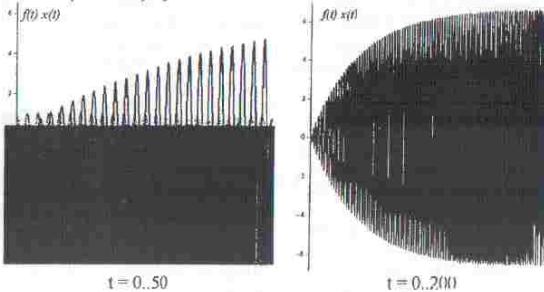
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \cos(\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} t) \quad (8)$$

з метою ілюстрації явища резонансу.

Враховуючи позначення констант інтегрування  $_C1$  і  $_C2$  в синтаксисі мови maple, розв'язок можна представити у вигляді:

$$x(t) = e^{(-\beta + \sqrt{-\omega_0^2 + \beta^2})t} \cdot _C2 + e^{(-\beta - \sqrt{-\omega_0^2 + \beta^2})t} \cdot _C1 \\ + \frac{\cos(\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} t) \beta + \sin(\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} t) \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}{-2\beta^3 + 2\omega_0^2 \beta}$$

На рис. 2 зображені графіки функцій сили збурення і одержаного розв'язку залежно від інтервалу зміни параметра  $t$  при значенні  $\beta = 0.025$ ,  $\omega_0 = 3$ .



$t = 0.50$

Рис. 2. Графіки функцій сили збурення і одержаного розв'язку у випадку резонансу

Далі наведемо результати розрахунків з різноманітними характеристиками графіків дії рушійних сил зовнішнього впливу. Буде показано, що при  $t > 50$  всі графіки мають одинаковий характер, подібний зображеному праворуч на рис. 1. Далі у варіантах наведемо лише графіки початкових фаз вимушених коливань.

**Варіант 1.** Графік дії сили зовнішнього впливу має «пилкоподібний» вигляд (рис. 3), описати який пропонується за допомоги функції  $f = \frac{1}{2} \arcsin(\sin(\pi t))$ .

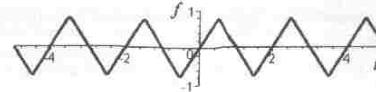


Рис. 3. «Пилкоподібний» графік дії зовнішньої сили.

На рис. 4 наведено графіки функцій сили «пилкоподібного» збурення і одержаного розв'язку:

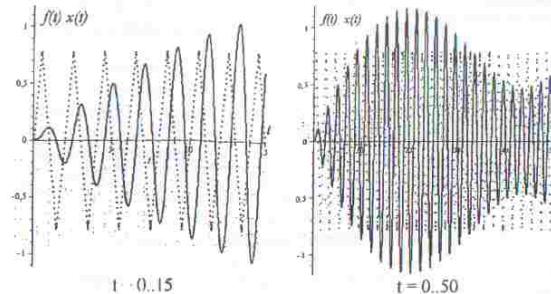


Рис. 4. Графіки функцій сили «пилкоподібного» збурення і одержаного розв'язку.

**Варіант 2.** Графік дії сили зовнішнього впливу має «меандровий» вигляд (рис. 5), описати який пропонується за допомоги функції  $f = \tanh(100 \sin(\pi t))$ .

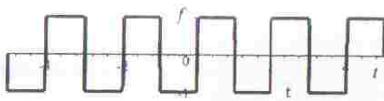


Рис. 5. «Меандровий» графік дії зовнішньої сили.

На рис. 6 наведено графіки функцій сили «меандрового» збурення і одержаного розв'язку.

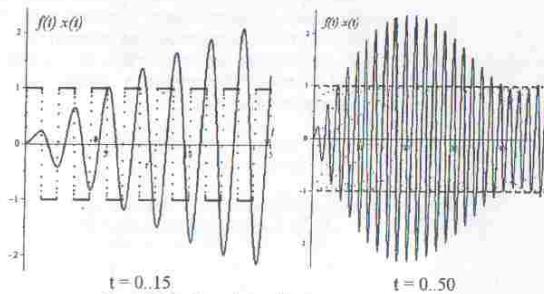


Рис. 6. Графіки функцій сили «меандрового» збурення і одержаного розв'язку.

**Варіант 3.** Графік дії сили зовнішнього впливу має «комбінований» вигляд (рис. 7), описати який пропонується чи допомоги функції  $f = \frac{1}{2}(1 + \tanh(100\sin(\pi t)))(1 + \cos(\pi t)) - \cos(\pi t)$ .

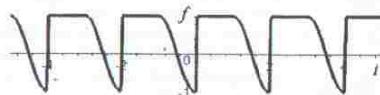


Рис. 7. «Комбінований» графік дії зовнішньої сили.

На рис. 8 наведено графіки функцій сили «комбінованого» збурення і одержаного розв'язку.

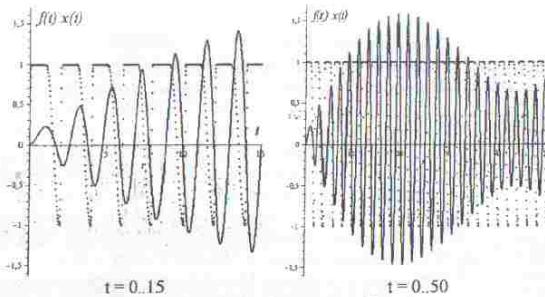


Рис. 8. Графіки функцій сили «комбінованого» збурення і одержаного розв'язку.

**Висновок.** Розроблена програма дозволяє моделювати вимушені коливання вагтажу залежно від функції зовнішнього впливу. Показано, що при великих значеннях  $t$  всі графіки мають одинаковий характер, подібний зображеному праворуч на рис. 1. Це узгоджується з теоретичними результатами [5,6]. Тому розроблену пакет-програму можна взяти за основу при обчисленні вимушених коливань для опису процесів у коливальній системі конструкції грунтотемпературної машини. Адже дія розпушувача ґрунту не залежатиме від складу ґрунту (переважно, піску), що суттєво впливає на характер функцій зовнішнього впливу вимушених коливань зазначеної конструкції.

#### Література

1. Валдайский Н.П. Тушение лесных чрезвычайных пожаров способом метания грунта. Метод. Рекомендации. / Н.П. Валдайский, С.М. Вонский, А.Н. Чукичев. – Л.: ЛениИЛХ, 1977. – 33 с.
2. Семків О.М. Розрахунок робочого органа ланцюгового грунтотемпературного механізму / О.М. Семків, В.М. Шатохін // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвідомчий науково-технічний збірник. К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87.– С. 303-312.
3. Семків О.М. Опис руху частки ґрунту по лопаті із профілем брахістохрони у полі відцентрових сил інерції / О.М. Семків, В.М. Шатохін, А.М. Попова // Геометричне та комп’ютерне моделювання: Збірник наукових праць.– Харків: ХДУХТ, 2012. – Вип. 30.– С. 190-200.
4. Семків О.М. Дослідження триесторії руху частки ґрунту після її вильоту з робочої поверхні лопатки роторного грунтотемпературника /

- О.М. Семків, А.М. Попова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. Вип. 4. – Т. 54. – С. 126-134.
5. Сивухин Д.В. Механика / Д.В.Сивухин – М.: Наука, 1989. – 576. с.
  6. Карлов Н.В. Колебания, волны, структуры / Н.В.Карлов, Н.А.Кириченко – М.: ФІЗМАТЛІТ, 2003. – 496 с.
  7. Бутенін И.В. Теоретическая механика. Т.1-2 / И.В.Бутенін, Я.Д.Лунц, Д.Р.Меркін. – СПб: Лань, 2002. – 730 с.
  8. Поляхов Н.Н. Теоретическая механика / Н.Н.Поляхов, С.А. Зегжда, М.П.Юників. – Л.: Ізд-во Ленінгр. ун-та 1985. – 536 с.
  9. Эксаревская М.Е. Введение в Maple и рассмотрение задач теоретической механики / М.Е.Эксаревская, А.С.Чеботарев, О.Г.Корольков - Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2008. – 42 с.
  10. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решение задач механики: Учебное пособие. / М. Н. Кирсанов – СПб.: Лань, 2012. – 512 с.
  11. Васильева Л.В. Компьютерное моделирование процессов с помощью систем компьютерной математики // Л.В.Васильева, О.А.Медведева, И.А.Гетьман. / Вісник ЛНУ ім. Т.Шевченка. – Луганськ, 2010. – № 1 (188). – С. 6-12.

**ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ЗАВИСИМОСТИ  
ОТ ХАРАКТЕРА ДВИЖУЩИХ СИЛ**

О.М. Семків

**Аннотация** – разработана maple-программа для исследования вынужденных колебаний системы в пределах теории малых колебаний и с разнообразными характеристиками графиков действий движущих сил внешнего влияния.

**GEOMETRICAL MODELLING OF THE COMPELLED  
FLUCTUATIONS DEPENDING  
ON CHARACTER OF DRIVING FORCES**

O. Semkiv

**Summary**

The maple-program for research compelled system fluctuation within the theory of small fluctuations and with various characters of schedules of actions of driving forces of external influence is developed.

УДК 515.14+551.58

**ПОБУДОВА КОМПЛЕКСНИХ СОНЯЧНИХ КАРТ ЗА  
НОРМАТИВНИМИ КЛІМАТИЧНИМИ ДАНИМИ**

Сергейчук О. В., д.т.н.

Київський національний університет будівництва і архітектури

Тел. 067- 985-02-91

**Анотація** – показується застосування апарату прикладної геометрії для відтворення відсутніх метеорологічних даних для побудови комплексних сонячних карт. У якості вихідних даних застосовуються кліматичні параметри, що наводяться у ДСТУ-Н Б В.1.1-27:2010 «Будівельна кліматологія», та сонячні карти з ДСТУ-Н Б В.2.2-27:2010 «Настанова з розрахунку інсоляції об'єктів цивільного призначення».

**Ключові слова** – добовий хід температури повітря, амплітуда коливання, ізоплети, інтерполяція.

**Постановка проблеми.** При проектуванні сонцезахисних пристрій (СЗП) зручно використовувати комплексні сонячні карти, на яких відображені зони на небесній півсфері які дають бажану та небажану інсоляцію. Нанесення цих зон, зазвичай, проводиться на основі ізоплетів температури від двох параметрів: день року та години доби. У зв'язку з відсутністю таких даних у відкритих джерелах та необхідності обробки великомасивної кліматичної інформації до цього часу комплексні сонячні карти не знайшли широкого розповсюдження серед архітекторів. Це впливає на якість проектування СЗП та зниження енергоефективності будівель. Тому розроблення більш простого способу побудови зон сонячного перегріву (зона небажаної інсоляції) та опалення (зона бажаної інсоляції) є актуальним проблемою геометричного моделювання.

**Аналіз основних досліджень.** Метод побудови комплексних сонячних карт розроблений у [1]. Він базується на обробленні даних, отриманих на метеорологічних станціях. Такі карти побудовані для Києва та Ялти.

Аналогічні побудовані зроблені у [2] для деяких міст Єгипту. Комплексна сонячна карта країни Кіпру розробляється у ДСТУ-Н Б В.2.2-27:2010 [3].

Всі ці карти побудовані на основі погодинних значень температурн.