

О.М. Семкив, А.Н. Попова

Национальный университет гражданской защиты Украины,
Харьков, Украина

Якорлық ыептің тізбектерінің траекториясының қасиеттері және сипаттары орман өрттерін сөндіруге арналған механизмнің жұмыс органы ретінде келтірілген.

Приведено описание и свойства траектории вращения звеньев якорной цепи как рабочего органа механизма грунтометания, предназначенного для тушения лесных пожаров.

A scheme of the application, description and properties of the trajectory of rotation of the anchor chain links as a working body of the mechanism of throwing the soil, designed to extinguish forest fires.

Разработка эффективных средств борьбы с лесными пожарами является актуальной проблемой для лесного хозяйства любой страны [1, 2]. Поэтому целесообразными будут исследования, направленные на разработку новых технологий и технических устройств борьбы с лесными пожарами. В Национальном университете гражданской защиты Украины разрабатывается механическое средство метания грунта с якорной цепью в качестве рабочего органа. На рис. 1 приведено схематическое изображение модификации навесного механизма метания грунта к транспортному средству.

Метание грунта здесь осуществляется благодаря вращению вокруг горизонтальной оси цепи, в качестве которой предлагается выбрать якорную цепь. Предполагается, что звенья цепи сдирают частицы грунта, и благодаря центробежной силе, осуществляют их транспортировку в зону пожара (это напоминает действие детской скакалки на песке).

122

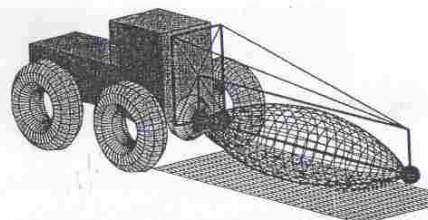


Рис. 1. Грунтометальный механизм с цепью как рабочим органом (изображен след от вращения цепи)

Для прикладной геометрии интерес представляет форма траектории (как поверхность), образованная вращением звеньев якорной цепи. Логично предположить, что форма траектории будет одним из факторов, влияющих на эксплуатационные свойства механизма грунтометания. Для определенности назовем ее квазиконоидом, ведь при определенных условиях она сводится к «классическому» коноиду. Напомним, что у коноида ось вращения цепной линии есть координатная ось, а в квазиконоида ось вращения параллельная этой оси.

Конюид как поверхность вращения цепной линии довольно полно изучен средствами дифференциальной геометрии. В работах [3, 4] приведены соотношения для вычисления дифференциальных характеристик коноида. Но открытым остался вопрос исследования свойств поверхности вращения, подобной поверхности квазиконоида.

Постановка задачи. Определить описание и свойства траектории вращения звеньев цепной линии, когда ось ее вращения параллельна и не совпадает с координатной осью (т.е. образует поверхность квазиконоида).

Основная часть. Пусть уравнение цепной линии выбрано в виде

$$f(u) = a \cosh \frac{u}{a} - h, \quad (1)$$

123

где a – параметр, h – величина параллельного отступа относительно оси Ou .

Были вычислены средняя

$$H = \frac{1}{2} \frac{h}{a^2 \cosh \frac{u}{a} \left| \cosh \frac{u}{a} - h \right|} \quad (2)$$

и гауссова

$$K = -\frac{1}{a \left(\cosh \frac{u}{a} \right)^3 \left(a \cosh \left(\frac{u}{a} \right) - h \right)} \quad (3)$$

кривизны поверхности вращения с образующей, описанной формулой (1):

$$\left[u, \left(a \cosh \frac{u}{a} - h \right) \cos v, \left(a \cosh \frac{u}{a} - h \right) \sin v \right]. \quad (4)$$

На рис. 2 и 3 приведены графики зависимостей от переменных u и h соответствующей кривизны при постоянных a . Из графиков видно, что параметру a можно поставить в соответствие определенное значение h , при котором кривизны принимают экстремальные значения.

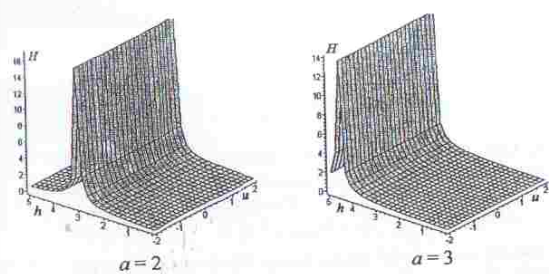
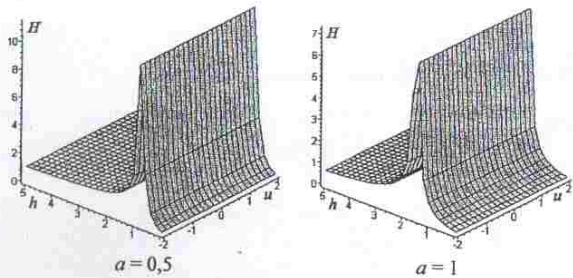


Рис. 2. График средней кривизны $H(u, h)$ для разных a

При помощи составленной Maple- программы найдены в общем виде формулы для вычисления средней

$$H = \frac{1 + \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 - f(u) \frac{d^2}{du^2} f(u)}{f(u) \left(1 + \frac{d}{du} f(u) \right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2}} \quad (5)$$

и гауссовой

$$K = -\frac{\frac{d^2}{du^2} f(u)}{f(u) \left(1 + \left(\frac{d}{du} f(u) \right)^2 \right)} \quad (6)$$

кривизны поверхности вращения $[u, f(u) \cos v, f(u) \sin v]$.

Коэффициенты первой и второй квадратичных форм уравнения квазицилиндр:

$$E = \cosh^2 \left(\frac{u}{a} \right); \quad F = 0;$$

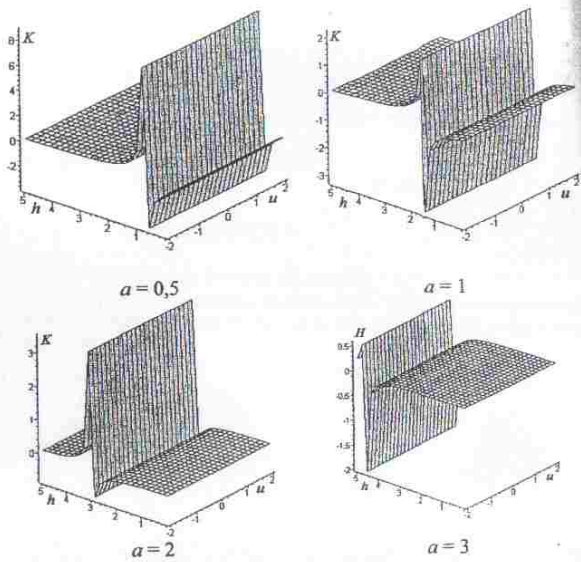


Рис. 3. Графики гауссовой кривизны $K(u, h)$ для разных a

$$G = \left(a \cosh^2 \left(\frac{u}{a} \right) - h \right)^2; \quad (7)$$

$$e = - \frac{\cosh \frac{u}{a} \left(a \cosh \left(\frac{u}{a} \right) - h \right)}{a \cosh \frac{u}{a} \left| a \cosh \left(\frac{u}{a} \right) - h \right|}; \quad f = 0;$$

$$g = - \frac{\left(a \cosh \left(\frac{u}{a} \right) - h \right)^2}{a \cosh \frac{u}{a} \left| a \cosh \left(\frac{u}{a} \right) - h \right|}. \quad (8)$$

Асимптотические линии квазиконоида определим из уравнения $\Pi = 0$, где через Π обозначено вторую квадратичную форму [3] уравнение квазиконоида

$$e du^2 + g dv^2 = 0. \quad (9)$$

Из соотношения (9) при помощи Maple-программы получения дифференциальные уравнения вида (сохранен синтаксис языка Maple):

$$\frac{d}{dv} u(v) = \frac{\sqrt{\left(1 + e \left(\frac{2u(v)}{a} \right) \right) a \left(-2h e \left(\frac{u(v)}{a} \right) + a + a e \left(\frac{2u(v)}{a} \right) \right)}}{1 + e \left(\frac{2u(v)}{a} \right)}, \quad (10)$$

$$\frac{d}{du} v(u) = \frac{- \sqrt{\left(1 + e \left(\frac{2u}{a} \right) \right) a \left(-2h e \left(\frac{u}{a} \right) + a + a e \left(\frac{2u}{a} \right) \right)}}{a \left(-2h e \left(\frac{u}{a} \right) + a + a e \left(\frac{2u}{a} \right) \right)}$$

После интегрирования системы дифференциальных уравнений (10), получаем описания двух семей асимптотических линий квазиконоида в виде:

$$v(u) = \int \frac{\sqrt{\left(1 + e \left(\frac{2u}{a} \right) \right) a \left(-2h e \left(\frac{u}{a} \right) + a + a e \left(\frac{2u}{a} \right) \right)}}{a \left(-2h e \left(\frac{u}{a} \right) + a + a e \left(\frac{2u}{a} \right) \right)} du + C1 \quad (11)$$

$$v(u) = \int \frac{\sqrt{\left(1 + e^{\frac{2u}{a}}\right) a \left(-2he^{\frac{u}{a}} + a + ae^{\frac{2u}{a}}\right)}}{a \left(-2he^{\frac{u}{a}} + a + ae^{\frac{2u}{a}}\right)} du + C_1$$

Укажем, что уравнение пары семей асимптотических линий коноида имеют вид [3, 4]:

$$v(u) = -\frac{u}{a} + C_1; \quad v(u) = \frac{u}{a} + C_1, \quad (12)$$

которые следуют из формул (11) при $h=0$.

На рис. 4 приведены изображения семей асимптотических линий на поверхности квазиконоида в зависимости от значений параметров a и h .

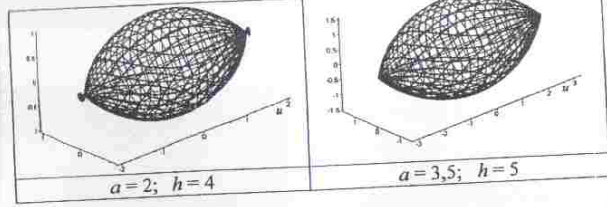
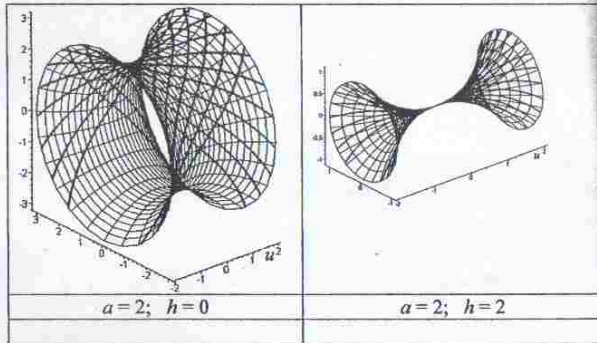


Рис. 4. Примеры асимптотических линий на поверхности квазиконоида в зависимости от параметров a и h .

Исследование геометрических характеристик поверхности квазиконоида позволят рассчитать эксплуатационные параметры механизма грунтотетания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коломинова М.В. Машины и механизмы для борьбы с лесными пожарами: метод. указания / М.В. Коломинова. – Ухта: УГТУ, 2008. – 43 с.
2. Кукибин А.А. Метательные машины. – М.: Машиностроение, 1964. – 196с.
3. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 384 с.
4. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974. – 175 с.
5. Семків О.М., Шатохін В.М. Розрахунок робочого органа ланцюгового ґрунтотетального механізму / Семків О.М., Шатохін В.М. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ: КНУБА, 2011. – Вип. 88. – С.303-312.