

*Т.Н. Курская, к.т.н., доцент, НУГЗУ*

## **АНАЛИЗ КРИТИЧЕСКИХ ТЕПЛОВЫХ РЕЖИМОВ МНОГОСЛОЙНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

(представлено д-ром техн. наук Куценком Л.Н.)

Рассматривается решение стационарной нелинейной задачи теплопроводности для многослойной плоской стенки, которое позволит прогнозировать процессы разрушения конструкций в условиях возрастания температуры.

**Ключевые слова:** коэффициент теплопроводности, удельная мощность, многослойная стенка, температура.

**Постановка проблемы.** Одной из проблем, возникающих при разработке нового оборудования современного промышленного производства и продления ресурса существующего, является обеспечение техногенной безопасности. Для современных производств металлургии, энергетики достаточно высоки требования к надежности и безопасности, исходя из задач получения высокого качества готовой продукции и эффективного использования энергии. В целом, техногенная безопасность производств будет зависеть от целого комплекса факторов, которые являются сопутствующими при протекании различных процессов. Для оборудования производств следует учитывать совокупность взаимодействия рабочих и окружающих сред с элементами оборудования, так как они играют определяющую роль в формировании неблагоприятных факторов, связанных с переработкой материалов, обладающих пожаро-, взрывоопасностью, повышенными температурами и давлениями. Исключительно важно, например, в металлургии обеспечить соблюдение необходимого температурного режима на всех этапах переработки и получения готовой продукции: от выплавки чугуна до термообработки. Металлургические процессы сопровождаются сложными физико-химическими превращениями, осуществляются в агрегатах непрерывного или периодического действия и характеризуются высокими температурами, в ряде случаев, агрессивностью, токсичностью и взрывоопасностью, что приводит к значительным проблемам при осуществлении автоматического контроля и управления основными параметрами.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Существующие математические описания теплофизических процессов используются при проектировании и исследовании металлургических печей, однако, вследствие сложности процессов и приближенности разработанных математических моделей, задачи интенсификации тепло- и массооб-

мена, разработки эффективных и безопасных тепловых режимов, конструкций печей и систем управления ними очень актуальны в настоящее время [1-3]. Решения задач о критических тепловых режимах, связанные с нелинейным нагревом разнообразных конструкций от действия внутренних источников тепла, имеют важный научный и практический интерес, являются условиями экономической и безопасной работы агрегатов [4, 5].

**Постановка задачи и ее решение.** При решении такого рода задач основной проблемой является определение мощности источника тепла, при которой при заданных граничных условиях, количество получаемой теплоты не может быть полностью отведено от конструкции. Такие режимы нагрева приводят к повышению температуры в конструкции, и в дальнейшем – к ее разрушению.

Эффективным методом решения задачи теплопроводности для конструкций является метод, основанный на применении обобщенных функций. В этом случае рассматривается однослойная система, но с переменными физическими свойствами среды, которые описываются с помощью ассиметричных функций.

Рассмотрим многослойную плоскую стенку [3], у которой на поверхности задана температура окружающей среды  $t_1$ , а на поверхности – температура  $t_2$ . В пределах каждого слоя удельные мощности тепловых источников аппроксимируются линейными функциями температуры

$$q_{v_i} = a_i + b_i T, \quad (1)$$

где  $a_i = w_{0i}, b_i = w_{0i} \beta_i$ ;  $w_{0i}$  - удельная мощность постоянно действующего источника теплоты в  $i$ -том слое стенки при  $T=0^\circ\text{C}$ ,  $\beta_i$  - экспериментальная постоянная для  $i$ -того слоя стенки. Представим коэффициент теплопроводности и удельную мощность внутреннего источника теплоты для многослойной стенки как единые целые в виде

$$\lambda(x) = \lambda_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (\lambda_{i+1} - \lambda_i) H(x - x_i); \quad (2)$$

$$q_v(x, T) = a(x) + b(x)T, \quad (3)$$

где

$$a(x) = a_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (a_{i+1} - a_i) H(x - x_i),$$

$$b(x) = b_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (b_{i+1} - b_i) H(x - x_i),$$

$$H(x - x_i) = \begin{cases} 0, & x \leq x_i \\ 1, & x \geq x_i \end{cases} \text{ - ассиметричная функция.}$$

Дифференциальное уравнение теплопроводности для определения стационарного температурного поля в многослойной конструкции с нелинейными внутренними источниками теплоты в этом случае будет иметь вид

$$\frac{d}{dx} \left[ \lambda(x) \frac{dT(x)}{dx} \right] + b(x)T + a(x) = 0. \quad (4)$$

Перейдя к новой независимой переменной  $z$  и преобразовав уравнение (4), можно получить общее решение данного уравнения с помощью метода вариации произвольных постоянных

$$T(z) = C_1 \sin z + C_2 \cos z + D_1(z) \sin z - D_2(z) \cos z, \quad (5)$$

где

$$D_1(z) = \int_0^z f(z) \cos z dz, D_2(z) = \int_0^z f(z) \sin z dz;$$

$$f(z) = -\sum_{i=1}^{n-1} \left( \sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) \frac{dT}{dz} \Big|_{z=z_i} - \frac{a(z)}{b(z)}.$$

После вычисления соответствующих интегралов и найдя постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  из граничных условий, получим

$$T(z) = \frac{A \varphi_1(z)}{R} + \varphi_2(z), \quad (6)$$

где

$$\varphi_1(z) = \sin z - \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_1^i \sin(z - z_i) H(z - z_i),$$

$$\varphi_2(z) = (t_{c_1} + \frac{a_1}{b_1} \left[ \cos z + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_2^i \sin(z - z_i) H(z - z_i) - \right.$$

$$\left. \frac{a_i}{b_i} - \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{a_{i+1}}{b_{i+1}} - \frac{a_i}{b_i} \right) [(1 - \cos(z - z_i))] H(z - z_i) + \sum_{i=1}^{n-1} \left( \sqrt{\frac{\lambda_{i+1} b_{i+1}}{\lambda_i b_i}} - 1 \right) D_3^i \sin(z - z_i) H(z - z_i) \right).$$

Рассмотрим условия, при которых знаменатель формулы (6) обращается в ноль и, следовательно, температура принимает бесконечное значение:

$$\sin \mu N_2 - (1 - K_{\varepsilon 1}) \cos \mu N_1 \sin \mu = 0. \quad (7)$$

Выполняя преобразования, получим

$$\sin \left[ \mu_1 \left( 1 + K_{\varepsilon 1} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} \right) N_2 \right] - (1 - K_{\varepsilon 1}) \cos \left[ \mu_1 \left( K_{\varepsilon 1} \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2} \right) N_2 \right] \sin \mu_1 = 0. \quad (8)$$

Таким образом, задача о критических тепловых режимах, которые приводят к разрушению конструкции, в двухслойной стенке сводится к решению трансцендентного уравнения (8), т.е. отысканию

первого корня  $\mu_1$  при различных значениях безразмерных параметров  $K_{\varepsilon 1}$  и  $\eta = \frac{\lambda_2 h_1}{\lambda_1 h_2}$ . Если удельная мощность постоянно действующего

внутреннего источника теплоты во втором слое при известном внутреннем источнике теплоты в первом слое превысит  $w_{02,max}$ , то тепловой поток с поверхностей двухслойной стенки при заданных  $t_1$  и  $t_2$  нельзя отвести, и произойдет разрушение материалов конструкции.

**Выводы.** Таким образом, приведенные расчеты позволяют уже на стадии проектирования прогнозировать критические тепловые режимы, задавать необходимые значения внутренних источников тепла и геометрические размеры конструкций, которые обеспечат их тепловую устойчивость.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бернхард Ф. Термометры со встроенным калибратором для применения на электростанциях / Ф. Бернхард, Д. Богун, С. Августин, Х. Маммен, А. Донин // Приборы и средства автоматизации. – Обнинск, 2004. – С. 20-25.

2. Беленький А.М. Проблемы измерения температуры в металлургии / А.М. Беленький, В.Ф. Бердышев, Р.Э. Найденев // Приборы. - 2002. – №3(21). – С.15-20.

3. Степанюк Е.В. Аналитические решения задач теплопроводности при переменных во времени коэффициентах теплоотдачи / Е.В. Степанюк, В.А. Кудинов // Вестник Сам. гос. техн. универ-та. Сер. Физ. – мат. Науки. - 2008. - №2(17). – С.171-184.

4. Гулабянц Л.А. Теплофизические основы проектирования ограждающих конструкций радиотехнических комплексов с высоким уровнем излучаемой мощности: автореф., дис. на соискание науч. степени канд. техн. наук / Л.А. Гулабянц. - НИИСФ / М., 1984. – 45 с.

nuczu.edu.ua

Т.М. Курська

### **Аналіз критичних теплових режимів багат шарових конструкцій**

Розглядається вирішення стаціонарної нелінійної задачі теплопровідності для багат шарової плоскої стінки, яке дозволить прогнозувати процеси руйнування конструкцій в умовах підвищення температури.

**Ключові слова:** коефіцієнт теплопровідності, питома потужність, багат шарова стінка, температура.

T.N. Kurskaya

### **Critical analysis of thermal modes of multilayer structures**

The decision is considered a fixed non-linear heat conduction problems to multilayer flat wall that will forecast the processes of destruction of constructions in terms of increasing temperature.

**Keywords:** thermal conductivity, specific capacity, multi-layer wall temperature.