

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ НЕОРІЄНТОВАНИХ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Національний університет цивільного захисту України (м. Харків)

Наведено постановку задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Розглянуто випадок, коли об'єкти розміщення можуть бути як орієнтованими, так і неорієнтованими.

Постановка проблеми. Оптимізаційні задачі розміщення двовимірних геометричних об'єктів відносяться до класу задач оптимізаційного геометричного проектування і, при цьому, мають широкий спектр застосування. Так, прикладами даних задач є проектування карт розкрою, розробка генпланів і визначення варіантів розміщення будинків тощо. Слід зазначити, що на теперішній час велика кількість наукових досліджень присвячена розв'язанню задач оптимального розміщення орієнтованих двовимірних об'єктів. Разом з тим, за відсутності жорстких технологічних вимог, розглядаються задачі оптимального розміщення неорієнтованих об'єктів (враховується обмеження на обертання об'єктів). Даному класу задач присвячено низку наукових робіт, однак у якості об'єктів розміщення розглядалися неорієнтовані плоскі геометричні об'єкти з кусочно-лінійною границею та кола. Таким чином, існує актуальна наукова проблема: розробка моделей та методів геометричного моделювання оптимізаційного розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з нелінійними границями. Однією із задач, що сприятиме вирішенню даної проблеми, є задача оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Моделі та методи розв'язання класу задач оптимізаційного розміщення плоских геометричних об'єктів наведені в роботах професора Стояна Ю.Г. та його учнів, наприклад [1,2]. Роботу [3] присвячено розв'язанню задач оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-лінійними границями та кіл. В роботі [4] розглядається задача оптимального розміщення плоских орієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. В даній роботі необхідно здійснити змістовну постановку задачі оптимізаційного розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями

Основна частина. Розглянемо наступну задачу.

Нехай існує набір плоских геометричних об'єктів S_i , $i=1,2,\dots,N$, з кусочно-нелінійними границями. Дані об'єкти задаються послідовністю своїх вершин $\{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im_i}\}$, $v_{il} = (x_{il}, y_{il})$, $l=1,2,\dots,m_i$, у власній системі координат, причому нумерація вершин здійснюється проти годинникової стрілки (рис. 1, а). Кожна пара вершин (v_{il}, v_{il+1}) з'єднується фрагментом кривої 2-го порядку або, у частковому випадку, відрізком прямої (рис. 1, б).

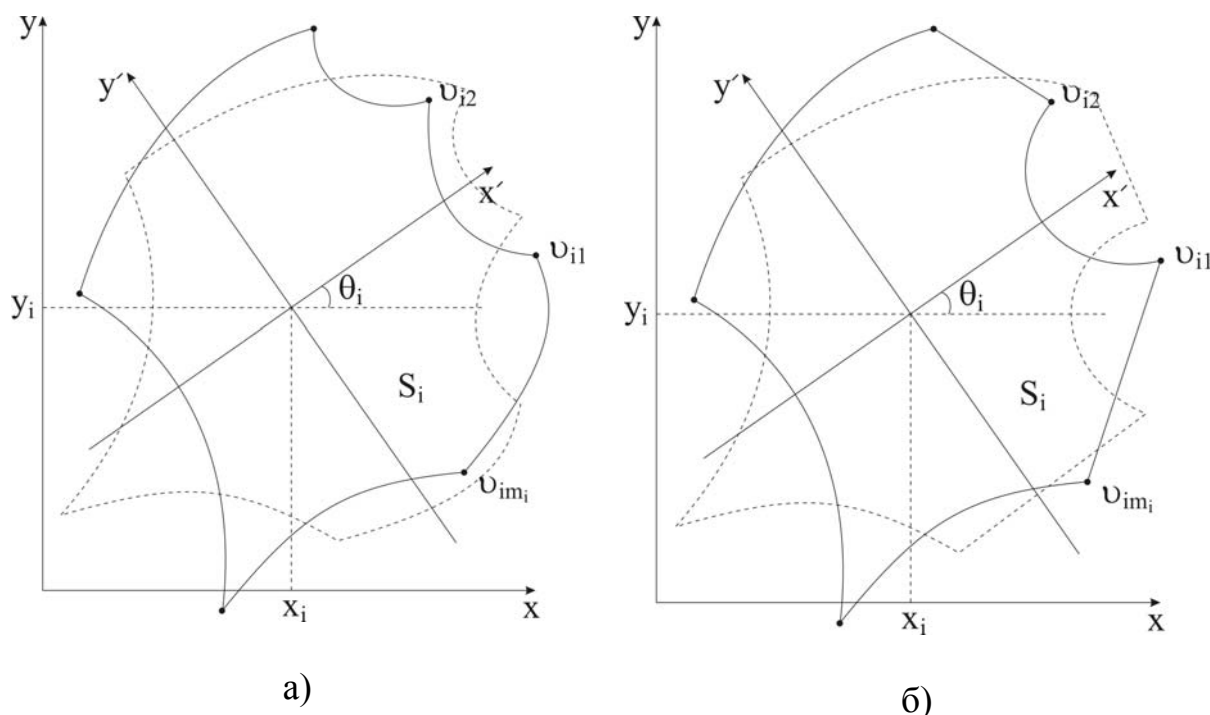


Рис. 1. Об'єкти розміщення

Область розміщення S_0 має вигляд прямокутника, що задається наступним чином: $S_0 = \{(x, y) \in R^2, 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq b\}$, причому b - ширина даної області, а l - її довжина, яка є змінною.

Розташування об'єктів S_i визначається вектором параметрів $u_i = (x_i, y_i, \theta_i)$, де (x_i, y_i) - положення початку власної системи координат в глобальній системі координат, а θ_i - кут повороту власної системи координат (рис. 1). Очевидно, що в задачі оптимального розміщення неорієнтованих геометричних об'єктів x_i , y_i , θ_i є змінними. Введемо вектор параметрів $u = (u_1, u_2, \dots, u_N)$, $u \in R^q$, $q = 3N$. Вектор всіх змінних задачі позначимо $Z = Z(u, l) \in R^{q+1}$.

Необхідно визначити вектор Z , що забезпечує розміщення об'єктів S_i , $i=1,2,\dots,N$, в області S_0 з урахуванням їх взаємного неперетину, причому параметр l має приймати мінімальне значення:

$$l^* = \arg \min_{u \in W} Z(u, l), \quad (1)$$

де W :

$$S_i(x_i, y_i, \theta_i) \cap S_j(x_j, y_j, \theta_j) = \emptyset; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = i + 1, \dots, N; \quad (2)$$

$$S_i(x_i, y_i, \theta_i) \cap cS_0 = \emptyset; \quad S_0 \cup cS_0 = R^2. \quad (3)$$

Тут cS_0 - доповнення S_0 до простору R^2 . Вираз (1) являє собою цільову функцію задачі, а (2), (3) – обмеження задачі на, відповідно, взаємний неперетин об'єктів розміщення та їх належність області розміщення.

Задача (1)÷(3) має наступну особливість. Нехай набір об'єктів розміщення складається як з неорієнтованих S_i , $i = 1, 2, \dots, n_1$, так і з орієнтованих геометричних об'єктів S_k , $k = n_1 + 1, \dots, N$. Очевидно, що розташування об'єктів S_k визначається вектором параметрів $u_k = (x_k, y_k)$. Тоді, вектор $u = (u_1, u_2, \dots, u_{n_1}, u_{n_1+1}, \dots, u_N) \in R^q$, $q = 2N + n_1$, а обмеження задачі будуть мати вигляд:

$$S_i(x_i, y_i, \theta_i) \cap S_j(x_j, y_j, \theta_j) = \emptyset; \quad i = 1, 2, \dots, n_1; \quad j = i + 1, \dots, n_1; \quad (4)$$

$$S_k(x_k, y_k) \cap S_t(x_t, y_t) = \emptyset; \quad k = n_1 + 1, \dots, N; \quad j = i + 1, \dots, N; \quad (5)$$

$$S_i(x_i, y_i, \theta_i) \cap S_k(x_k, y_k) = \emptyset; \quad i = 1, 2, \dots, n_1; \quad k = n_1 + 1, \dots, N; \quad (6)$$

$$S_i(x_i, y_i, \theta_i) \cap cS_0 = \emptyset; \quad (7)$$

$$S_k(x_k, y_k) \cap cS_0 = \emptyset; \quad S_0 \cup cS_0 = R^2. \quad (8)$$

Обмеження (4) являє собою умову взаємного неперетину неорієнтованих об'єктів розміщення, (5) – умову взаємного неперетину орієнтованих об'єктів розміщення, (6) – умову взаємного неперетину неорієнтованих та орієнтованих об'єктів розміщення, (7) – умову належності неорієнтованих об'єктів області розміщення, (8) – умову належності орієнтованих об'єктів області розміщення.

Висновки. В даній роботі наведено постановку задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Розглянуто випадок, коли об'єкти розміщення можуть бути як орієнтованими, так і неорієнтованими (комбінована

задача). Подальші дослідження будуть спрямовані на вирішення одного з найскладніших завдань при розв'язанні задач оптимізаційного розміщення неорієнтованих геометричних об'єктів - розробку метода побудови 0-рівня Φ -функції, що описує взаємодію даних об'єктів.

Література

1. Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев. - К.: Наукова думка, 1986. - 268 с.

2. Элементы теории геометрического проектирования / [Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др.]; под ред. В.Л. Рвачева - К.: Наукова думка, 1995. - 241 с.

3. Злотник М.В. Математична модель і метод розв'язання оптимізаційної задачі розміщення неорієнтованих багатокутників та кругів: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02 / Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України. - Харків, 2007. - 18 с.

4. Комяк В.М. Метод побудови 0-рівня Φ -функції для плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями / В.М. Комяк, О.М. Соболев, А.В. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». Вип. 90 – К.: КНУБА, 2012. – С. 151-155.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ НЕОРИЕНТИРОВАННЫХ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С КУСОЧНО-НЕЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

В.М. Комяк, А.Н. Соболев, Ю.С. Чапля

Приведена постановка задачі оптимального розміщення неорієнтованих плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями. Розглянуто випадок, коли об'єкти розміщення можуть бути як орієнтованими, так і неорієнтованими.

A PROBLEM STATEMENT OF OPTIMUM PLACEMENT NOT ORIENTED PLANE GEOMETRIC OBJECTS WITH SECTIONAL NONLINEAR FRONTIERS

V. Komyak, A. Sobol, Yu. Chaplya

A problem statement of optimum placement not oriented plane geometric objects with sectional nonlinear frontiers is given. A problem of placement oriented and not oriented objects is considered.