УДК 538.221

В. Г. БОРИСЕНКО, Ю. В. ПЕРЕВЕРЗЕВ

# ИЗМЕНЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОСИ ЛЕГКОГО НАМАГНИЧИВАНИЯ С ТЕМПЕРАТУРОЙ В МОНОКЛИННЫХ МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМАХ

Исследуются магнитные свойства ферро- и антиферромагнетиков с моноклинным характером взаимодействий. Показано, что такой тип взаимодействий приводит к наличию зависимости положения оси легкого намагничивания от температуры. Получены аналитические выражения для этой зависимости в низкотемпературной области.

## Введение

Экспериментальное изучение магнетиков с симметрией ниже ромбической привело к обнаружению в их свойствах особенностей, связанных с низкой симметрией. В частности, к таким особенностям в магнитных свойствах кристаллов следует отнести зависимость положения главных осей тензора восприимчивости и направления магнитного момента от температуры в нулевом магнитном поле.

Экспериментальное и теоретическое изучение таких особенностей в магниторазбавленных кристаллах [1-3] показывает, что температурный разворот эллипсоида восприимчивости в отсутствие внешнего магнитного поля обусловлен наличием в кристалле различных тензорных взаимодействий, которые не могут быть приведены единым преобразованием к диагональной форме, или, другими словами, наличием в кристалле взаимодействий с моноклинной симметрией и ниже.

При теоретическом описании [3] моноклинный характер анизотропии в таких кристаллах задавался введением двух тензорных взаимодействий, главные оси которых не совпадают: взаимодействия иона с кристаллическим полем и взаимодействия иона с магнитным полем. Отметим, что анизотропия магнитных взаимодействий в магниторазбавленных кристаллах носит одноионный характер, поскольку взаимодействие магнитных ионов друг с другом мало.

Аналогичные особенности поведения магнитного момента и эллипсоида восприимчивости при изменении температуры наблюдались экспериментально и в магнитоконцентрированных кристаллах $NaFe(WO_4)_2$ [4] и $NiCl_2 \cdot 6H_2O$ [5]. Отметим, что в $NaFe(WO_4)_2$ наблюдалось вращение главных осей эллипсоида восприимчивости на угол $\sim 45°$ при изменении температуры в температурном интервале $\sim 10$ K, а изменение направления вектора антиферромагнетизма в упорядоченной фазе $NiCl_2 \cdot 6H_2O$ составляло $\sim 5°$ в температурном интервале 1,5—5 K. Теоретического рассмотрения этих особенностей до сих пор не было.

Для объяснения полученных результатов в магнитоконцентрированных кристаллах необходимо наряду с одноионной анизотропией учитывать и разноионную анизотропию [4]. Если первая из анизотропией формируется локальным окружением магнитного иона, то вторая — пространственным расположением этих ионов. В низкосимметричных кристаллах локальные оси симметрии часто не совпадают с пространственными. Это ведет к тому, что оси симметрии одноионной и разноионной анизотропий не совпадают. В частности, такую анизотропию имеют магнетики, рассмотренные в [4, 5]. Подобной анизотропией характеризуются, например, и вольфраматы двухвалентных переходных металлов.

Таким образом, свойства определенного класса низкосимметричных магнетиков можно описать введением двух тензорных взаимодействий одноионного и разноионного характера соответственно, главные оси которых не совпадают.

Для выяснения природы отмеченных выше эффектов предлагается модель, в которой симметрия каждого из двух тензорных взаимодействий является одноосной.

Как известно, одноосная одноионная анизотропия магнитного иона (с выделенной осью $z$) может быть записана в виде

$$\mathcal{H}_{\mathrm{OA}} = -\frac{\beta}{2}\sum_{l}(S_l^z)^2,$$

где $\beta$ — константа анизотропии; $\mathbf{S}_l$ — узельные операторы спина. Разноионная одноосная магнитная анизотропия кристалла может быть представлена в форме [6]

$$\mathcal{H}_{\mathrm{PA}} = -\frac{1}{2}\sum_{l\neq l'}\rho_{ll'}S_l^{z'}S_{l'}^{z'},$$

где $\rho$ — константа разноионной анизотропии; $z'$ — выделенная ось. Магнитные свойства формируются действием обеих анизотропий, и запись их в системе координат, связанной, например, с осью $z'$, приводит к появлению в гамильтониане слагаемого $(\beta/4)\sin 2\varphi\ (S_l^{z'}S_l^{y'} + S_l^{y'}S_l^{z'})$, где $\varphi$ — угол между осями $z$ и $z'$, наличие этого угла указывает на моноклинный характер магнитных взаимодействий, если $0 < \varphi < \pi/2$. Очевидно, в случае $\varphi = 0$, $\pi/2$ анизотропия будет характеризоваться одноосной или двуосной симметрией.

Относительно угла $\varphi$ необходимо отметить следующее. Его величина изменяется при переходе от одного кристалла к другому, например, в $NaFe(WO_4)_2$ угол $\varphi \sim 45°$, а в $NiWO_4$ угол $\varphi \sim 15°$. Угол $\varphi$ является одним из параметров, характеризующих кристаллическую структуру. В области температур, в которой отсутствуют структурные фазовые переходы, его изменение с температурой мало и не может являться причиной температурных эффектов такого порядка, которые обсуждались выше. Поэтому далее $\varphi$ считается не зависящим от температуры.

Таким образом, задача настоящей работы — показать в рамках предлагаемой модели, что наличие температурной зависимости оси легкого намагничивания в низкосимметричных системах связано с моноклинным характером магнитных взаимодействий; получить аналитические выражения, характеризующие эту зависимость, и выявить роль каждого из участвующих взаимодействий.

## Моноклинный ферромагнетик

Гамильтониан ферромагнетика с моноклинным характером магнитных взаимодействий представим в виде

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2}\sum_{l\neq l'}J_{ll'}\mathbf{S}_l\mathbf{S}_{l'} - \frac{\beta}{2}\sum_{l}(\mathbf{S}_l\mathbf{n})^2 - \frac{1}{2}\sum_{l=l'}\rho_{ll'}(\mathbf{S}_l\mathbf{n}')(\mathbf{S}_{l'}\mathbf{n}') + \mu\mathbf{H}\sum_{l}\mathbf{S}_l. \tag{1}$$

Моноклинность задается, как уже отмечалось выше, введением в гамильтониан одноосных одноионной и разноионной анизотропий с различными выделенными направлениями, характеризуемыми единичными векторами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ соответственно. Векторы $\mathbf{n}$ и $\mathbf{n}'$ развернуты относительно друг друга на угол $\varphi$. В гамильтониане (1) $J_{ll'}$ — обменный интеграл ($J > 0$); $\mu$ — удвоенный магнетон Бора (анизотропия $g$-факторов не учитывается); $H$ — внешнее магнитное поле, направленное в плоскости ($\mathbf{n}$, $\mathbf{n}'$).

Выберем систему координат ($x$, $y$, $z$), в которой $\mathbf{n} = (0;\ 0;\ 1)$, $\mathbf{n}' = (0, \sin\varphi, \cos\varphi)$. Очевидно, что наличие двух различным образом ориентированных анизотропий ($0 < \varphi < \pi/2$) приведет к тому, что в основном состоянии ферромагнетика направление магнитного момента не будет совпадать с направлением одного из векторов $\mathbf{n}$ или $\mathbf{n}'$. Поэтому в (1) с помощью преобразования вида

$$\begin{aligned} S_z &= S_{z'}\cos\theta - S_{y'}\sin\theta; \\ S_y &= S_{z'}\sin\theta + S_{y'}\cos\theta; \\ S_x &= S_{x'} \end{aligned} \tag{2}$$

перейдем к новой системе координат ($x'$, $y'$, $z'$), в которой ось $z'$ является осью квантования, повернутой на угол $\theta$ относительно оси $z$ в плоскости $yz$. Простой анализ показывает, что ось легкого намагничивания будет располагаться в плоскости $yz$, если обе анизотропии (одноионная и разноионная) принадлежит к типу «легкая ось» ($\beta > 0$, $\rho_0 > 0$) или если одна из них относится к типу «легкая ось», а другая — к типу «легкая плоскость» (т. е $\beta > 0$, $\rho_0 < 0$ либо $\beta < 0$, $\rho_0 > 0$), где $\rho_0 = \sum\limits_l \rho_{ll'}$. Далее предполагается, что выполняется какой-либо из этих вариантов.

Используя представление Гольштейна — Примакова, представим компоненты спиновых операторов в новой системе координат с квадратичной точностью по операторам рождения и уничтожения:

$$\begin{aligned} S_l^{x'} &= \sqrt{\frac{S}{2}}\,(a_l^+ + a_l); \\ S_l^{y'} &= i\sqrt{\frac{S}{2}}\,(a_l - a_l^+); \\ S_l^{z'} &= -S + a_l^+ a_l, \end{aligned} \tag{3}$$

где $a_l^+$, $a_l$ — операторы рождения и уничтожения; $S$ — величина спина.

С помощью (2) и (3) приведем гамильтониан (1), с точностью до квадратичных членов по операторам рождения и уничтожения, к виду

$$\mathcal{H} = E_0 + \mathcal{H}^{(1)} + \mathcal{H}^{(2)}, \tag{4}$$

где $E_0$ — энергия основного состояния; $\mathcal{H}^{(1)}$, $\mathcal{H}^{(2)}$ — соответственно линейная и квадратичная формы по операторам $a_l^+$, $a_l$. Не приводя явного вида для $\mathcal{H}^{(1)}$, запишем выражения для $E_0$ и $\mathcal{H}^{(2)}$. Для $E_0$ имеем

$$E_0 = -\frac{NS}{2}\,[J_0 S + \beta S\cos^2\theta + \rho_0 S\cos^2(\varphi-\theta) + 2\mu\,(H_y\sin\theta + H_z\cos\theta)], \tag{5}$$

где $J_0 = \sum\limits_l J_{ll'}$; $N$ — число магнитных ионов.

Квадратичную форму из (4) выпишем в фурье-представлении:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \sum_{\mathbf{k}}\left[A_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2}\,B_{\mathbf{k}}\,(a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + a_{\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}}^+)\right]. \tag{6}$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} A_{\mathbf{k}} &= S\,(J_0 - J_{\mathbf{k}}) + \frac{\beta S}{2}\,(3\cos^2\theta - 1) + \rho_0 S\cos^2(\varphi-\theta) - \\ &- \frac{1}{2}\,\rho_{\mathbf{k}} S\sin^2(\varphi-\theta) + \mu\,(H_y\sin\theta + H_z\cos\theta), \\ B_{\mathbf{k}} &= \frac{S}{2}\,[\beta\sin^2\theta + \rho_{\mathbf{k}}\sin^2(\varphi-\theta)], \end{aligned} \tag{7}$$

где $J_{\mathbf{k}}$, $\rho_k$ — фурье-компоненты обмена и разноионной анизотропии соответственно.

Из условия $\partial E_0\,(\theta, H_i)/\partial\theta = 0$ имеем следующее уравнение для нахождения основного состояния ферромагнетика при наличии магнитного поля:

$$\beta S\sin 2\theta - \rho_0 S\sin 2(\varphi-\theta) - 2\mu\,(H_y\cos\theta - H_z\sin\theta) = 0. \tag{8}$$

Диагонализация квадратичной формы (6) и использование условия (8) позволяют записать гамильтониан (4) ферромагнетика в виде*

$$\mathscr{H} = E_0 + \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^{+} b_{\mathbf{k}}, \tag{9}$$

где $b_{\mathbf{k}}^{+}$, $b_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения магнонов с волновым вектором $\mathbf{k}$; $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \sqrt{A_{\mathbf{k}}^2 - B_{\mathbf{k}}^2}$ — энергетический спектр магнонов. В (9) $E_0$ и $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ зависят от поля $H$ явным образом, а также через зависимость угла $\theta$ от $H$, следующую из уравнения (8).

Выражение (9) позволяет найти термодинамический потенциал идеального газа магнонов $\Omega$ и компоненты магнитного момента $M_i$:

$$\Omega = E_0(\theta, H_i) + T \sum_{\mathbf{k}} \ln(1 - e^{-\varepsilon_{\mathbf{k}}/T}); \tag{10}$$

$$M_i = -\frac{\partial\Omega}{\partial H_i} = -\left[\frac{\partial E_0}{\partial H_i} + \sum_{\mathbf{k}} N_{\mathbf{k}} \left(\frac{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial\theta}\frac{d\theta}{dH_i} + \frac{\partial\varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial H_i}\right)\right], \tag{11}$$

где $N_{\mathbf{k}}$ — функция распределения магнонов; $N_{\mathbf{k}} = (e^{\varepsilon_{\mathbf{k}}/T} - 1)^{-1}$; $T$ — температура в энергетических единицах; производные $d\theta/dH_i$ находятся из условия (8) после дифференцирования его по $H_i$:

$$\frac{d\theta}{dH_y} = \mu\cos\theta\,[\beta S\cos 2\theta + \rho_0 S\cos 2(\varphi - \theta) + \mu(H_y\sin\theta + H_z\cos\theta)]^{-1}; \tag{12}$$

$$\frac{d\theta}{dH_z} = -\mu\sin\theta\,[\beta S\cos 2\theta + \rho_0 S\cos 2(\varphi - \theta) + \mu(H_y\sin\theta + H_z\cos\theta)]^{-1}.$$

Найдя остальные производные в (11), запишем окончательно выражение для компонент магнитного момента при наличии магнитного поля в системе координат $(x', y', z')$, ось $z'$ которой совпадает с равновесным положением магнитного момента при $T = 0$:

$$M_{y'} = \mu \sum_{\mathbf{k}} \frac{N_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} X_{\mathbf{k}},$$

$$M_{z'} = \mu\left(NS - \sum_{\mathbf{k}} \frac{N_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{\mathbf{k}}} A_{\mathbf{k}}\right), \tag{13}$$

где

$$X_{\mathbf{k}} = \frac{S(A_{\mathbf{k}} + B_{\mathbf{k}})(\rho_0 - \rho_{\mathbf{k}})\sin 2(\varphi - \theta) - 2\mu(2A_{\mathbf{k}} + B_{\mathbf{k}})(H_y\cos\theta - H_z\sin\theta)}{2\,[\beta S\cos 2\theta + \rho_0 S\cos 2(\varphi - \theta) + \mu(H_y\sin\theta + H_z\cos\theta)]}.$$

Отклонение направления магнитного момента от равновесного положения при $T = 0$ с изменением температуры будет определяться углом $\psi$:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{M_{y'}}{M_{z'}} \approx \frac{1}{NS}\sum_{\mathbf{k}} \frac{N_{\mathbf{k}}}{\varepsilon_{k}} X_{\mathbf{k}}. \tag{14}$$

Из (14), полагая какую-либо из двух анизотропий $\beta$ или $\rho$ равной нулю, легко получить известный результат о зависимости направления магнитного момента ферромагнетика от температуры при наличии магнитного поля, приложенного вдоль трудного направления намагничивания [7].

Представляет особый интерес выявить условия, при которых происходит температурный разворот оси легкого намагничивания в ферромагнетике в отсутствие внешнего магнитного поля. Решая при $H = 0$ уравнение (8),

---

* В выражении (9) и далее в соответствующем выражении для антиферромагнетика нами опускается слагаемое, обусловленное нулевыми колебаниями, поскольку в исследуемом приближении по $1/S$ оно не влияет на температурный поворот намагниченности.

найдем угол $\theta_0$, задающий положение магнитного момента при абсолютном нуле температуры:

$$\operatorname{ctg} 2\theta_0 = \frac{\beta + \rho_0 \cos 2\varphi}{\rho_0 \sin 2\varphi}. \tag{15}$$

Подставляя найденное значение $\theta_0$ в (14), получаем

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\mu\beta \sin 2\varphi}{2\left[(\beta+\rho_0\cos 2\varphi)^2 + (\rho_0 \sin 2\varphi)^2\right]} \frac{1}{M_0} \sum_{\mathbf{k}} (\rho_0 - \rho_{\mathbf{k}}) N_{\mathbf{k}}, \tag{16}$$

где $M_0 = \mu N S$ — намагниченность насыщения.

Отметим прежде всего, что температурное отклонение направления магнитного момента от его направления в основном состоянии существенным образом зависит от величины угла $\varphi$. Легко видеть, что при значениях угла $\varphi = 0, \pi/2$, т. е. когда симметрия анизотропных взаимодействий становится более высокой (одноосной или двуосной), направление спонтанного магнитного момента не испытывает температурной зависимости. Таким образом, температурный разворот намагниченности связан с моноклинностью магнитных взаимодействий $(0 < \varphi < \pi/2)$.

Кроме того, из (16) следует, что пренебрежение зависимостью константы разноионной анизотропии от волнового вектора $\mathbf{k}$ (использование приближения $\rho_{\mathbf{k}} \approx \rho_0$) приводит к отсутствию температурного изменения положения магнитного момента ($\operatorname{tg}\psi = 0$).

Чтобы получить температурную зависимость в явном виде, необходимо оговорить, какими взаимодействиями обусловлена разноионная анизотропия. Исходя из короткодействующей или дальнодействующей природы анизотропии разноионных взаимодействий, будем иметь тот или иной закон зависимости фурье-компоненты $\rho_{\mathbf{k}}$ от волнового вектора $\mathbf{k}$. Мы ограничимся рассмотрением случая, когда в области низких температур допустима следующая аппроксимация: $\rho_k = \rho_0 - \rho\,(ak)^2$ и $J_k S = J_0 S - \theta_c\,(ak)^2$, где $a$ — постоянная решетки. В этом приближении при $\varepsilon_0 \ll T \ll \theta_c$, где $\varepsilon_0$ — энергия активации магнонов, получим

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\Gamma(5/2)\,\zeta(5/2)}{(2\pi^2)} \frac{\beta\rho \sin 2\mu}{2S\left[(\beta+\rho_0\cos 2\varphi)^2 + (\rho_0\sin 2\varphi)^2\right]} \left(\frac{T}{\theta_c}\right)^{5/2}, \tag{17}$$

где $\theta_c = JS$; $\Gamma(x)$, $\zeta(x)$ — соответственно гамма-функция и дзета-функция Римана.

В зависимости от знаков $\beta$ и $\rho$, как следует из (17), разворот намагниченности будет наблюдаться в положительном или отрицательном направлении.

## Двухподрешеточный моноклинный антиферромагнетик

Гамильтониан антиферромагнетика имеет в нашей модели вид

$$\begin{aligned} \mathscr{H} = {} & \sum_{l \neq m} J_{lm} \mathbf{S}_l^{(1)} \mathbf{S}_m^{(2)} - \frac{\beta}{2}\left[\sum_l (\mathbf{S}_l^{(1)}\mathbf{n})^2 + \sum_m (\mathbf{S}_m^{(2)}\mathbf{n})^2\right] - \\ & - \frac{1}{2}\sum_{l \neq l'} \rho_{ll'} (\mathbf{S}_l^{(1)}\mathbf{n}')(\mathbf{S}_{l'}^{(1)}\mathbf{n}') - \frac{1}{2}\sum_{m \neq m'} \rho_{mm'} (\mathbf{S}_m^{(2)}\mathbf{n}')(\mathbf{S}_{m'}^{(2)}\mathbf{n}') - \\ & - \sum_{l \neq m} \rho_{lm}' (\mathbf{S}_l^{(1)}\mathbf{n}')(\mathbf{S}_m^{(2)}\mathbf{n}') + \mu\mathbf{H}\left(\sum_l \mathbf{S}_l^{(l)} - \sum_m \mathbf{S}_m^{(2)}\right), \end{aligned} \tag{18}$$

где $J_{lm}$ — межподрешеточный обменный интеграл; $\rho_{lm}$ — константа межподрешеточной разноионной анизотропии; векторные индексы $l$, $l'$ и $m$, $m'$ относятся к узлам первой и второй подрешеток соответственно; индексы (1) и (2) нумеруют сами подрешетки. Все остальные обозначения имеют для каждой подрешетки тот же смысл, что и в случае ферромагнетика.

Последний член (18) описывает взаимодействие вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L}$, имеющего вид $\mathbf{L} = \sum \mathbf{S}_l^{(1)} - \sum \mathbf{S}_m^{(2)}$ с фиктивным магнитным полем $H$, которое в окончательных выражениях будет полагаться равным нулю. Действие истинного магнитного поля на антиферромагнетик рассматриваться не будет. Введение фиктивного поля позволяет по аналогии с ферромагнетиком получить довольно просто выражения, определяющие температурное положение оси легкого намагничивания.

Поскольку расчет температурного поведения вектора антиферромагнетизма принципиально не отличается от изложенного выше для ферромагнетика, мы приведем здесь лишь основные формулы*.

Аналогично ферромагнетику имеем

$$E_0 = J_0 S\cos(\theta_2 - \theta_1) - \frac{\beta S}{2}(\cos^2\theta_1 + \cos^2\theta_2) - \frac{\rho_0 S}{2}[\cos^2(\varphi - \theta_1) + \cos^2(\varphi - \theta_2)] - \rho_0' S\cos(\varphi - \theta_1)\cos(\varphi - \theta_2) - \mu[H_y(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) + H_z(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)], \tag{19}$$

где $\rho_0 = \sum\limits_l \rho_{lm}$, а углы $\theta_1$ и $\theta_2$ относятся к 1-й и 2-й подрешеткам соответственно и имеют смысл $\theta$ в (5). Минимизация (19) по $\theta_1$ и $\theta_2$ приводит к двум зависимым уравнениям, определяющим основное состояние моноклинного антиферромагнетика.

Квадратичная форма по операторам рождения и уничтожения также может быть записана в стандартном виде фурье-представления:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \frac{1}{2}\sum_{ij}\sum_{\mathbf{k}}[R_{ij}(a_{\mathbf{k}}^{i+}a_{-\mathbf{k}}^{j+} + a_{\mathbf{k}}^{i}a_{-\mathbf{k}}^{j}) + 2S_{ij}a_{\mathbf{k}}^{i+}a_{\mathbf{k}}^{j}], \tag{20}$$

где в нашем случае

$$R_{11} = \frac{S}{2}[\beta\sin^2\theta_1 + \rho_{\mathbf{k}}\sin^2(\varphi - \theta_1)];$$

$$R_{22} = \frac{S}{2}[\beta\sin^2\theta_2 + \rho_{\mathbf{k}}\sin^2(\varphi - \theta_2)];$$

$$R_{12} = R_{21} = \frac{S}{2}\{J_{\mathbf{k}}[1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)] + \rho_{\mathbf{k}}'\sin(\varphi - \theta_1)\sin(\varphi - \theta_2)\};$$

$$S_{11} = J_0 S\cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{\beta S}{2}(3\cos^2\theta_1 - 1) + \rho_0 S\cos^2(\varphi - \theta_1) - \frac{\rho_{\mathbf{k}} S}{2}\sin^2(\varphi - \theta_1) + \rho_0' S\cos(\varphi - \theta_1)\cos(\varphi - \theta_2) + \mu(H_y\sin\theta_1 + H_z\cos\theta_1);$$

$$S_{22} = -J_0 S\cos(\theta_2 - \theta_1) + \frac{\beta S}{2}(3\cos^2\theta_2 - 1) + \rho_0 S\cos^2(\varphi - \theta_2) - \frac{\rho_{\mathbf{k}} S}{2}\sin^2(\varphi - \theta_2) + \rho_0' S\cos(\varphi - \theta_1)\cos(\varphi - \theta_2) - \mu(H_y\sin\theta_2 + H_z\cos\theta_2);$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{S}{2}\{J_{\mathbf{k}}[1 + \cos(\theta_2 - \theta_1)] - \rho_{\mathbf{k}}\sin(\varphi - \theta_1)\sin(\varphi - \theta_2)\}.$$

Здесь $\rho_{\mathbf{k}}$, $\rho_{\mathbf{k}}$ — фурье-компоненты разноионной межподрешеточной и внутриподрешеточной анизотропии соответственно.

Обозначим для удобства $S_{11} = \alpha_1$; $S_{22} = \alpha_2$; $S_{12} = \alpha_3$; $R_{11} = \beta_1$; $R_{22} = \beta_2$; $R_{12} = \beta_3$.

После диагонализации (20) имеем

$$\mathcal{H} = E_0 + \sum_{j\mathbf{k}}\varepsilon_{j\mathbf{k}}b_{\mathbf{k}}^{j+}b_{\mathbf{k}}^{j}, \tag{21}$$

* Для антиферромагнетика ось легкого намагничивания будет лежать в плоскости $(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$, если для констант анизотропии будут выполняться те же условия, что и в ферромагнетике, лишь с заменой $\rho_0 \to \rho_0 - \rho_0'$, где $\rho_0'$ — нулевая фурье-компонента разноионной межподрешеточной анизотропии.

где $\varepsilon_{jk}$ — энергетический спектр магнонов ($j = 1,2$). Исходя из гамильтониана (21) легко получить термодинамический потенциал идеального газа магнонов, а после соответствующего дифференцирования по компонентам фиктивного поля найти и проекции вектора $\mathbf{L}$. Полагая затем фиктивное магнитное поле равным нулю, получим выражение для угла $\psi$, зависящее от величин $\alpha_i$, $\beta_i$, $\varepsilon_i$, $\theta_1$, $\theta_2$, отвечающих нулевому полю.

Энергетический спектр магнонов в отсутствие фиктивного магнитного поля (ниже все величины взяты при $H = 0$) имеет вид

$$\varepsilon_{1,2\mathbf{k}} = [(\alpha_1 \pm \alpha_3)^2 - (\beta_1 \pm \beta_3)^2]^{1/2}. \qquad (22)$$

Направление вектора антиферромагнетизма ($\theta_0$) в основном состоянии при $H = 0$ определим, положив после взятия соответствующих производных в (19) $\theta_1 = \theta_0$ и $\theta_2 = \pi + \theta_0$. Тогда имеем

$$\operatorname{ctg} 2\theta_0 = \frac{\beta + (\rho_0 - \rho_0')\cos 2\varphi}{(\rho_0 - \rho_0')\sin 2\varphi}. \qquad (23)$$

Как видно из этого соотношения, отличие от случая ферромагнетика состоит в замене $\rho_0$ разностью $\rho_0 - \rho_0'$ (разность нулевых фурье-компонент внутриподрешеточной и межподрешеточной разноионной анизотропии).

Аналогично случаю ферромагнетика определим температурную зависимость компонент вектора антиферромагнетизма $\mathbf{L}$ при $H = 0$ в системе координат, ось $z'$ которой совпадает с направлением этого вектора в основном состоянии (т. е. ось $z'$ развернута в плоскости $yz$ исходной системы координат на угол $\theta_0$, определяемый из (23)).

Получим

$$L_{y'} = \frac{\mu \sin 2(\varphi - \theta_0)}{2[\beta\cos 2\theta_0 + (\rho_0 - \rho_0')\cos 2(\varphi - \theta_0)]} \Big\{ \sum_{\mathbf{k}} \frac{N_{\mathbf{k}}^{(1)}}{\varepsilon_{1\mathbf{k}}} [(\rho_0 - \rho_{\mathbf{k}}) -$$

$$- (\rho_0' - \rho_{\mathbf{k}}')](\alpha_1 + \alpha_3 + \beta_1 + \beta_3) + \sum_{\mathbf{k}} \frac{N_{\mathbf{k}}^{(2)}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}}} [(\rho_0 - \rho_{\mathbf{k}}) -$$

$$- (\rho_0' + \rho_{\mathbf{k}}')](\alpha_1 - \alpha_3 + \beta_1 - \beta_3) \Big\}; \qquad (24)$$

$$L_{z'} = \mu \left\{ 2NS - \sum_{\mathbf{k}} \left[ \frac{N_{\mathbf{k}}^{(1)}}{\varepsilon_{1\mathbf{k}}} (\alpha_1 + \alpha_3) + \frac{N_{\mathbf{k}}^{(2)}}{\varepsilon_{2\mathbf{k}}} (\alpha_1 - \alpha_3) \right] \right\},$$

где $N^{(j)}$ — равновесная функция распределения магнонов $j$-й ветви.

Изменение направления вектора антиферромагнетизма относительно его направления в основном состоянии с изменением температуры будет определяться углом $\psi$:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\beta \sin 2\varphi \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \frac{N_{\mathbf{k}}^{(1)}\varepsilon_{1\mathbf{k}}}{J_0 - J_{\mathbf{k}}} [(\rho_0 - \rho_{\mathbf{k}}) - (\rho_0' - \rho_{\mathbf{k}}')] + \frac{N_{\mathbf{k}}^{(2)}\varepsilon_{2\mathbf{k}}}{J_0 + J_{\mathbf{k}}} [\rho_0 - \rho_{\mathbf{k}}) - (\rho_0' + \rho_{\mathbf{k}}'] \right\}}{4NS\{[\beta + (\rho_0 - \rho_0')\cos 2\varphi]^2 + [(\rho_0 - \rho_0')\sin 2\varphi]^2\}}. \qquad (25)$$

Важно подчеркнуть, что здесь, как и в случае ферромагнетика, моноклинность является причиной наличия температурной зависимости направления вектора $\mathbf{L}$ ($0 < \varphi < \pi/2$). Ограничившись, как и ранее, аппроксимацией $\rho_{\mathbf{k}} = \rho_0 - \rho(ak)^2$, $\rho_k' = \rho_0' - \rho'(ak)^2$ и $J^k = J_0 - J(ak)^2$, получим при $\varepsilon_{j0} \ll T \ll \Theta_c$ ($\varepsilon_{j0}$ — энергия активации магнонов $j$-й ветви) зависимость направления вектора антиферромагнетизма от температуры в явном виде

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\Gamma(4)\zeta(4)}{2\pi^2} \frac{\beta[J_0(\rho - \rho') - \rho_0' J]\sin 2\varphi}{\Theta_c\{[\beta + (\rho_0 - \rho_0')\cos 2\varphi]^2 + [(\rho_0 - \rho_0')\sin 2\varphi]^2\}} \left(\frac{T}{\Theta_c}\right)^4, \qquad (26)$$

где $\Theta_c = S\sqrt{2J_0 J}$.

Сравнение (17) и (26) указывает на различную температурную зависимость угла разворота «легкой оси» в ферро- и антиферромагнетиках.

## Заключение

Моноклинный характер магнитных взаимодействий в ферро- и антиферромагнетиках в отсутствие внешнего магнитного поля приводит к температурному изменению положения оси легкого намагничивания. Температурная зависимость исчезает, если константа моноклинности обращается в нуль.

Закон температурного отклонения «легкой оси» от ее положения при $T = 0$ будет различным в зависимости от дальнодействующей или короткодействующей природы анизотропии (разная зависимость компоненты Фурье разноионной анизотропии от волнового вектора для этих типов взаимодействия). Поэтому экспериментальное изучение угла разворота «легкой оси» с температурой дает возможность восстановить вид зависимости разноионной анизотропии от расстояния между магнитными ионами.

На языке эффективных полей, отвечающих введенным нами одноионной и разноионной анизотропиям, можно сказать, что температурное вращение «легкой оси» возникает вследствие различной температурной зависимости этих полей. .

Найденные аналитические зависимости качественно согласуются с экспериментальными результатами [5], полученными при изучении температурного поворота оси легкого намагничивания антиферромагнетика $NiCl_2 \times \times 6H_2O$ в низкотемпературной области. Количественное сравнение затруднительно ввиду более сложного характера анизотропных взаимодействий в кристалле по сравнению с предложенным в работе.

К нашей модели ближе соединение, исследованное в [4], в котором наблюдался разворот эллипсоида восприимчивости, но температурный диапазон исследований ограничен лишь парамагнитной фазой.

Полученные результаты могут оказаться полезными при исследовании температурного поведения промежуточного состояния в моноклинных антиферромагнетиках. Это состояние, возникающее в узком интервале магнитных полей при переходе из антипараллельной фазы в спин-флоп фазу, существует при малых углах отклонения ($\leqslant 1°$) магнитного поля от «легкой оси». Поскольку в таких магнетиках, как показано нами, положение «легкой оси» зависит от температуры, необходимо для правильной интерпретации экспериментальных данных восстанавливать ее положение для каждой фиксированной температуры.

Необходимо также отметить, что при получении (17) и (26) предполагался трехмерный характер магнитных взаимодействий. Рассмотрение низкоразмерных магнетиков ведет к более сильному температурному изменению угла поворота «легкой оси».

Авторы выражают благодарность А. И. Звягину за плодотворные обсуждения результатов работы и А. М. Косевичу за полезные замечания.

V. G. BORISENKO and Yu. V. PEREVERZEV

## TEMPERATURE CHANGES OF EASY MAGNETIZATION AXIS DIRECTION IN MONOCLINIC FERRO- AND ANTIFERROMAGNETS

Magnetic properties of ferro- and antiferromagnets with monoclinic character of magnetic interactions are investigated. It is shown that such type of interactions brings about temperature dependence of the easy magnetization axis direction. Analytical expressions are derived for this dependence in the low-temperature region.

### LIST OF SYMBOLS

$\mathscr{H}$, Hamiltonian of the set; $J_{11}$, exchange integral; $S_1$, operator of spin momentum; $\beta$, uniaxial single-ionic anisotropy constant; $\rho_{11}$, constant of intrasublattice uniaxial different-ionic anisotropy; $\rho_{em}$, constant of intersublattice uniaxial different-ionic anisotropy; $\mu$, double Bohr magneton; **H**, external magnetic field; **n**, **n'**, unit vectors determining the directions of single- and different-ionic anisotropy, respectively; **L**, antiferromagnetism vector.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Oosterhuis W. T.* Relative orientations of the electric field gradient and susceptibility tensors in monoclinic symmetry.— Phys. Rev., 1971, **3**, N 2, p. 546–552.
2. *Jordahl O. M.* The effect of crystalline electric fields on the paramagnetic susceptibylity of cupric salts.—Phys. Rev., 1934, **45**, p. 87—97.
3. *Борисенко В. Г., Переверзев Ю. В.* Температурное и полевое вращение эллипсоида восприимчивости в низкосимметричных парамагнетиках.— ФНТ, 1980, **6**, № 11, с. 1435—1445.
4. *Магнитные* свойства низкоразмерного магнетика с моноклинной симметрией кристаллической структуры / А. Г. Андерс, А. И. Звягин, П. С. Калинин и др.— ФНТ, 1975, **1**, № 8, с. 1012—1019.
5. *Nakanishi A., Okuda K., Date M.* Temperature dependence of magnetic axes in $NiCl_2 \cdot 6H_2O$.— J. Phys. Soc. Jap., 1972, **32**, N 1, p. 282.
6. *Тябликов С. В.* Методы квантовой теории магнетизма.— М.: Наука, 1975.— 528 с.
7. *Туров Е. А.* Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов.—М.: Изд-во АН СССР, 1963.— 224 с.


Физико-технический институт
низких температур АН УССР,
г. Харьков

Поступила в редакцию
31 августа 1981 г.