

УДК 514.18

СИНУСОЇДАЛЬНИЙ ВІДБИВАЧ ТЕПЛОВИХ ПРОМЕНІВ

Ю.М.Тормосов, канд. техн. наук, доцент

М.О.Максимова

Харківська державна академія технології та організації харчування
Національний технічний університет (Харківський політехнічний ін-
ститут)

Тел. (0572) 30 - 05 - 65, 47 - 34 - 31

Анотація - Розглянуто конструкцію синусоїдального відбивача променів тепла, яка базується на оптичних властивостях синусоїди [1]. Виявлено умову, за якою відбиті промені будуть спрямовані «паралельно» напрямку осі Oy , якщо джерело променів (тепла) розташувати на відстані H від вершини і на одному рівні з кінцями фрагменту синусоїди.

Ключові слова - квазифокус синусоїди, синусоїдальний відбивач.

Ця робота є продовженням роботи [1]. Нагадаємо, що в ній йшлося про оптичні властивості синусоїди як відбивача променів тепла. Синусоїду для досліджень обрано тому, що саме такої форми набуде профіль згину металевої пластини, коли її згинати двома подовжніми силами. Позначимо через H та S , відповідно, висоту та довжину згину (рис. 1). Через L позначимо довжину металевого листа. Оберемо прямокутну систему координат Oxy і синусоїду на проміжку $[-\pi/2, \pi/2]$ опишемо рівнянням $y = k(1 - \cos x)$ [2-5].

Коли висота згину H металевого листа наближено дорівнюватиме $L/5$, то утворена в перерізі синусоїда матиме таку властивість [1]:

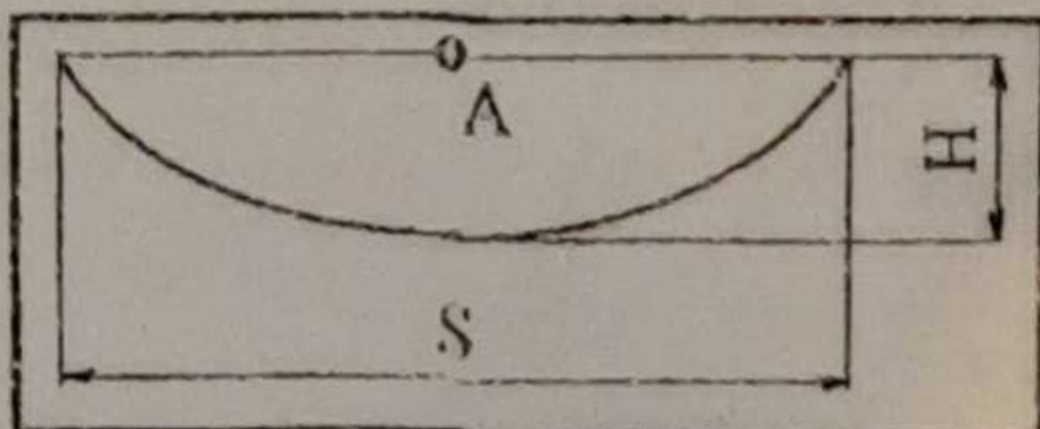


Рис. 1. Висота H та довжина S згину перетину листа

якщо джерело променів розташувати на відстані H від вершини і на одному рівні з кінцями її фрагменту, то відбиті синусоїдою промені будуть спрямовані «паралельно» напрямку осі Oy .

Але у такій формі твердження не є зручним для виготовлення відбивача на практиці. Бажано було б одержати залежність S від L таке, щоб у разі розміщення джерела променів у точці A , відбиті від кривої промені були спрямовані «перпендикулярно» осі Ox .

В роботі [1] показано, що квазифокус [2-5] і кінці фрагменту синусоїди будуть розташовані на одному рівні відносно координати y (висоті згину H металевого листа) тоді, коли у рівнянні синусоїди $y = k(1 - \cos x)$ обрати $k = 0,7072$ (наближено $\sin(3\pi/4)$). Тобто має місце наступне ключове твердження.

Твердження. Якщо джерело променів розмістити в точці квазифокуса синусоїди $y = 0,7072(1 - \cos x)$, то відбиті синусоїдою промені будуть спрямовані «майже паралельно» вздовж осі Oy , причому, ординату джерела променів буде розташовано на рівні кінців фрагмента синусоїди.

Далі знайдемо залежність від k величин H та S за умови, що довжина фрагменту синусоїди постійна і дорівнює L . Спочатку розв'яжемо допоміжну *пряму задачу*: обчислимо довжину L^* синусоїди $y = k(1 - \cos x)$ на проміжку $-\pi/2 \dots \pi/2$ в залежності від значення параметра k . Зазначимо, що у цьому випадку $S = \pi$ і $H = k$.

Відомо [6], що L^* слід обчислювати за формулою

$$L^* = 2 \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 + k^2 \sin^2 x} dx. \quad (1)$$

Інтеграл (1) є еліптичним інтегралом другого роду $E(ai, \pi/2)$, де i - комплексна одиниця. Для його обчислення складено програму (рис. 2).

```
> restart: with(plots):
> plot(2.*EllipticE(k*I), k=0..1, thickness=2);
> for i from 1 to 14 do k:=0.35+i*0.05:
> print(k, ``,2.*EllipticE(k*I)); od:
```

Рис. 2. Програма обчислення L^* на проміжку $-\pi/2 \dots \pi/2$

На рис. 3 зображено (нелінійний!) графік залежності L^* від значення параметра k . У таблиці 1 наведено деякі числові значення L^* довжини синусоїди $y = k(1 - \cos x)$ на проміжку $-\pi/2 \dots \pi/2$ (тут маємо $k = H$).

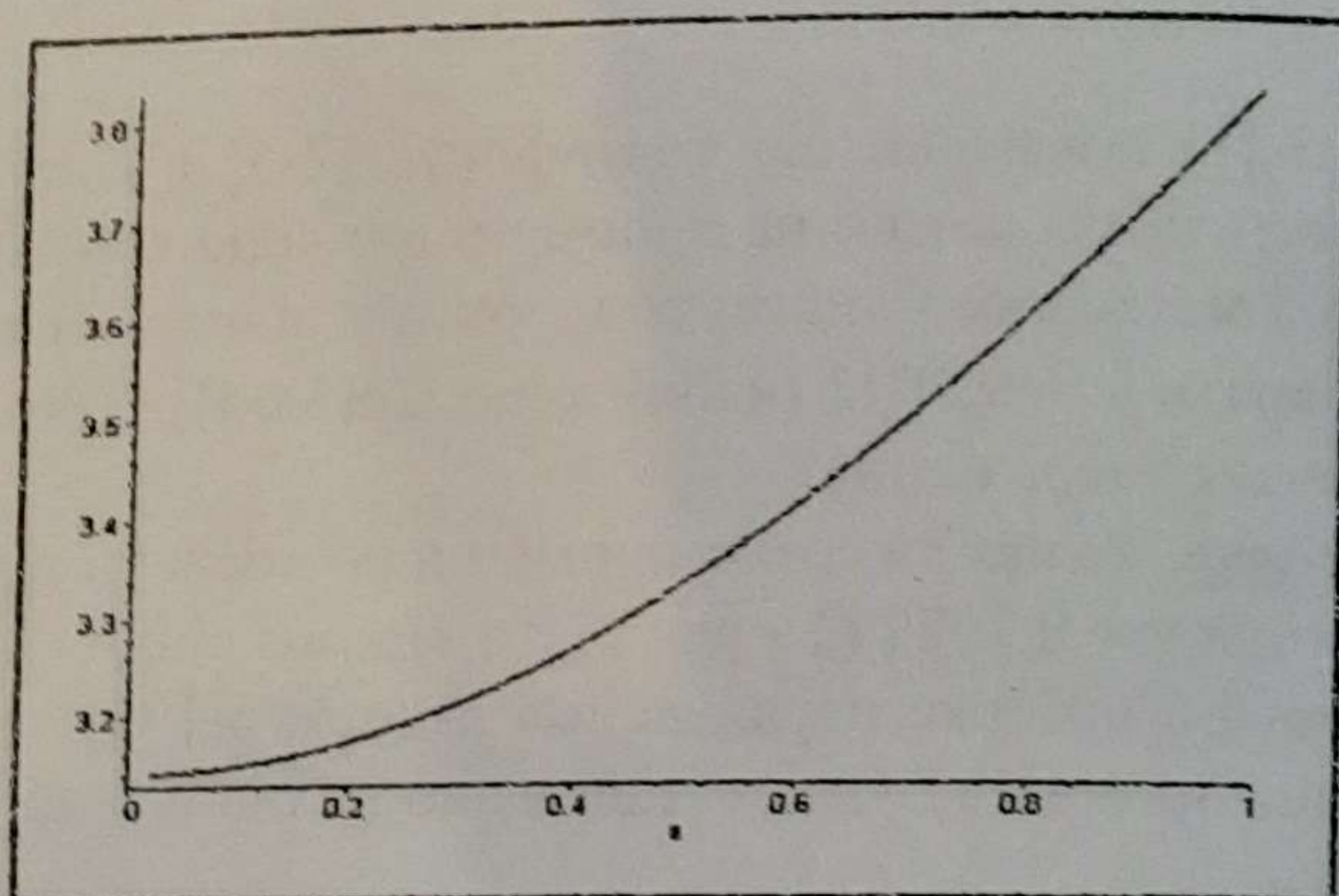


Рис. 3. Графік залежності від параметра k довжини синусоїди $y = k(1 - \cos x)$ на проміжку $-\pi/2 \dots \pi/2$

Таблиця 1

k	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70
L*	3.263718	3.2950565	3.3295836	3.3671621	3.4076527	3.4509158	3.4968130

k	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.0	1.05
L*	3.545208	3.5959700	3.6489697	3.7040849	3.7611982	3.8201978	3.8809778

Далі розв'яжемо основну обернену задачу, яка полягає в обчисленні S в залежності від k за умови, що величину L задано. Задача зводиться до розв'язання інтегрального рівняння

$$L = 2 \int_0^{S/2} \sqrt{1 + k^2 \sin^2 x} dx \quad (2)$$

відносно змінної S за сталими значеннями k . На рис. 4 зображено текст програми обчислень S та H .

```
> restart: with(plots):
> L := 3.4968130: S := L:
> eps := 0.0001: # параметр точності обчислень
> for i from 0 to 10 do k := 0.6 + 0.05*i:
> f := x -> k*(1.-cos(x)): df := diff(f(x),x):
> while 2*evalf(Int(sqrt(1.+(df)^2),x=0..S/2)) > L
> do S := S - eps: od:
> H := f(S/2): print('k=',k,' S=',S,' H=',H): od:
```

Рис. 4. Maple-програма обчислення S та H .

Таблиця 2

k	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$L = 3.3295836$							
S	3.2026836	3.1415836	3.0745836	3.0044836	2.933383	2.862783	2.7937836
H	.4122163	.4999977	.5799010	.6520494	.7168667	.7749419	.8269707
$L = 3.4076527$							
S	3.2751527	3.2113527	3.1415527	3.0684527	2.994452	2.9210527	2.8493527
H	.4266922	.51743647	.59998801	.67440672	.7411971	.8009580	.8543994
$L = 3.4968130$							
S	3.3580130	3.2911130	3.2180130	3.1415130	3.064113	2.9874130	2.9126130
H	.4431996	.5373452	.6229205	.6999721	.7690158	.8306878	.8857601
$L = 3.5959700$							
S	3.4501700	3.3798700	3.3030700	3.2227700	3.141570	3.0611700	2.9828700
H	.4614709	.5594285	.64839058	.72840427	.7999909	.86381955	.92072195
$L = 3.7040849$							
S	3.5507849	3.4767849	3.3958849	3.3113849	3.225985	3.1415849	3.0593849
H	.48126869	.5834063	.67608229	.75935592	.8337468	.89999651	.95890769

В таблиці 2 наведено значення S та H в залежності від k для L , які взято з таблиці 1. Для тестової перевірки одержаних значень S зазначимо, що при деяких k довжина згину дорівнює значенню π . Ці величини в таблиці 2 позначено товстими рамками.

На рис. 5 наведено Maple-програму для визначення величини S в залежності від L для деяких значень k . Результати поміщено в таблиці 3.

```
> restart: with(plots): k := 0.7072:
> for i from 0 to 10 do
> L := 3. + 0.1*i: S := L: while
  2*evalf(Int(sqrt(1.+ k^2*sin(x)^2),x=0..S/2)) > L
> do S := S - L/10000.: od:
> H := k*(1.-cos(S/2)):
> print(L=' , L, ` S=' , S, ` H=' ,H): od:
```

Рис. 5. Maple-програма обчислення S та H в залежності від L .

Таблиця 3

L	k=0.7072		k=0.6		k=0.8	
	S	H	S	H	S	H
3.	2.72940	.562478	2.79150	.495507	2.67450	.614856
3.1	2.81139	.590970	2.87742	.520978	2.75311	.645582
3.2	2.89344	.619678	2.96320	.546553	2.83168	.676530
3.3	2.97495	.648343	3.04920	.572292	2.91027	.707677
3.4	3.05694	.677275	3.13480	.597962	2.98826	.738727
3.5	3.13845	.706088	3.22070	.623726	3.06635	.769910
3.6	3.22020	.734988	3.30624	.649338	3.14460	.801202
3.7	3.30188	.763816	3.39216	.674973	3.22270	.832434
3.8	3.38352	.792537	3.47814	.700488	3.30068	.863567
3.9	3.46554	.821247	3.56460	.725958	3.37896	.894724
4.0	3.54760	.849780	3.65080	.751117	3.45720	.925719

Аналіз даних таблиць 2 та 3 показує, що не зважаючи на нелінійний характер залежностей величин S та H, умова $H = L / 5$ наближено виконується для достатньо широкого проміжку зміни L даного діапазону згину.

Це вказує на те, що залежності для S та H можна наблизити у вигляді співвідношення, *лінійного* відносно L. Проведені розрахунки показали, що для обчислення параметрів згину необхідно використовувати формули $S = 0,9L$ і $H = 0,2L$.

Для експериментальної перевірки результатів розрахунків було виготовлено макет оптичної відбивальної системи (рис. 6). Оптичний відбивач складається з відбивальної дзеркальної поверхні 1 (пластини електричного глясுவача), лампи розжарення як точкового джерела променів 2, натяжного тросу 3 та механізму регулювання величини згину 4.

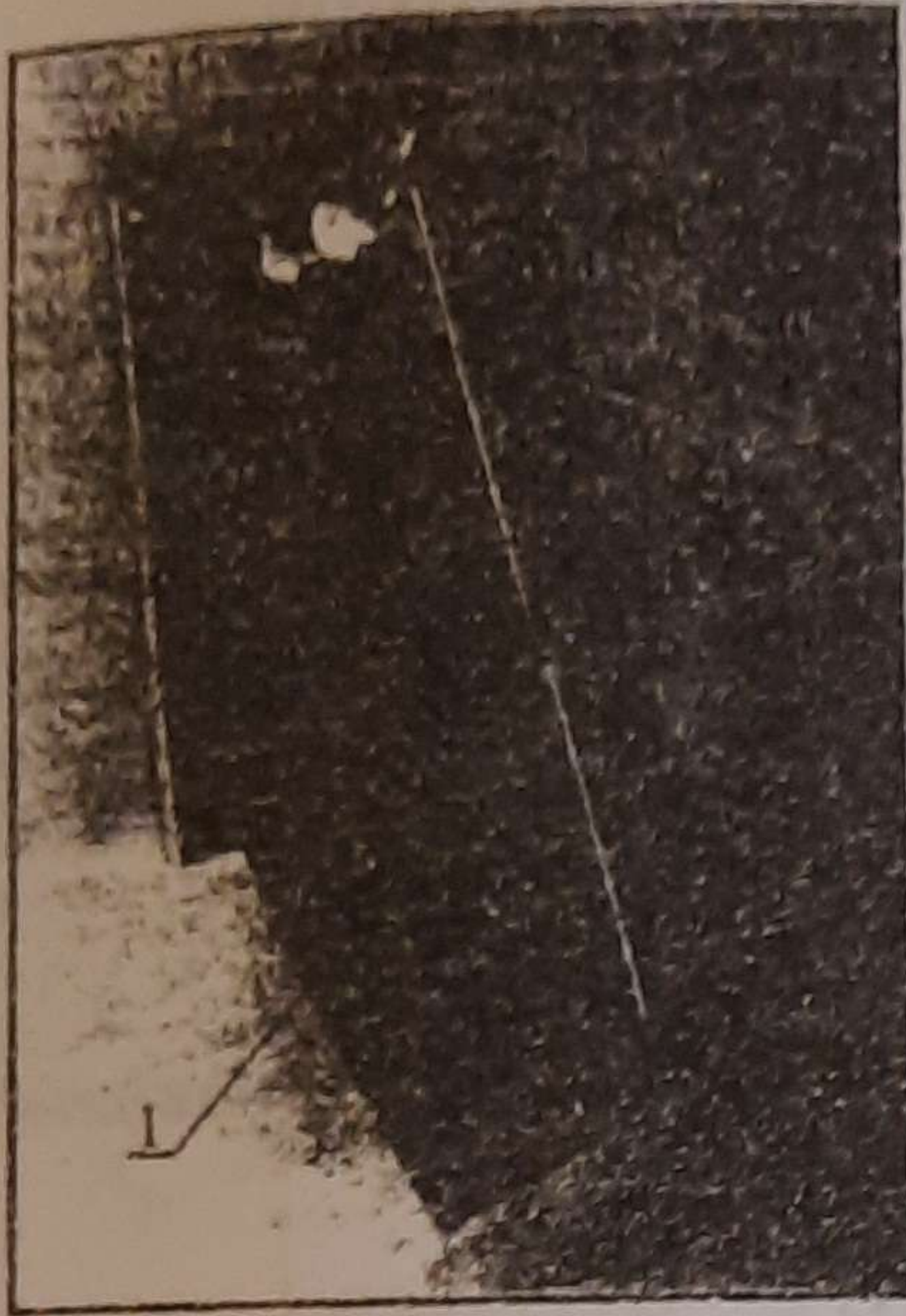


Рис. 6. Макет відбивача

Висновок. Параметри згину металевого листа довжиною L слід обчислювати за наближеними формулами $S = 0,9L$ і $H = 0,2L$; тоді відбивальна система синусоїдального типу має функціонувати за умови, що джерело променів буде розміщено на рівні висоти згину H .

Література

1. *Тормосов Ю.М., Максимоев М.О.* Властивості синусоїди як відбивача променів тепла // Труды / Таврическая государственная агротехническая академия. - вып. 4, том 14. - Мелитополь: ТГАТА, 2001 - С. 108 - 112.
2. *Рева Г.В., Куценко Л.М.* Метод розрахунку відбивачів ударних вибухових хвиль для гасіння лісових пожеж. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - 19 с.
3. *Рева Г.В., Куценко Л.М.* Зображення фронту хвилі у відбивальній системі з точковим джерелом променів // Проблеми пожарной безопасности. - Юбил. выпуск. - Ч. 2. - Харьков: ХИПБ МВД Украины. - 1998. - С. 24-28.
4. *Залгаллер В.А.* Теория огибающих. - М.: Наука, 1975. - 104 с.
5. *Рева Г.В., Серета Н.І.* Зображення фронту хвилі, яка відбита від циліндричної синусоїдальної поверхні // Проблеми пожарной безопасности. Сб. научных трудов. - Юбил. вып. - Ч. 2. - Харьков: ХИПБ МВД Украины. - 1998. - С. 35 - 38.
6. *Ноздрин И.Н., Степаненко И.М., Костюк Л.К.* Прикладные задачи по высшей математике. - Киев: Вища школа, 1976. - 176 с.