

ВЛАСТИВОСТІ СИНУСОЇДИ ЯК ВІДБИВАЧА ПРОМЕНІВ ТЕПЛА

Ю.М.Гормосов канд. техн. наук, доцент
М.О.Максимева

Харківська державна академія технологій та організації харчування
Національний технічний університет (Харківський політехнічний інститут)
Тел. (0572) 30-05-65, 47-34-31

Анотація - Розглянуто метод дослідження оптичних властивостей синусоїди. Доведено, що якщо джерело променів (тепла) розташувати на відстані H від вершини і на одному рівні з кінцями фрагменту синусоїди, то відбиті промені будуть спрямовані «паралельно» напрямку осі Oy .

Ключові слова - синусоїда, квазифокус синусоїди, катакаустика.

Відомо [1], що коли металеву пластину згинати двома подовжніми силами, то профіль згину набере форми фрагмента синусоїди. Позначимо через H та S , відповідно, висоту та довжину згину (рис. 1). Через L позначимо довжину металевого листа. Оберемо прямокутну систему координат Oxy синусоїду на проміжку $[-\pi/2, \pi/2]$ опишемо рівнянням $y = k(1 - \cos x)$.

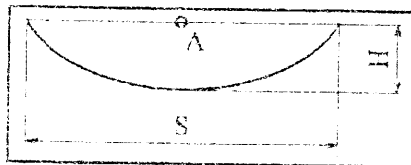


Рис. 1. Висота H та довжина S згину перетину листа

Знайдемо співвідношення між величинами H та L (або S) таке, щоб разі розміщення джерела променів точки A , відбиті від кривої промені були спрямовані «перпендикулярно» осі Ox . Це означає, що вивчається вплив на відбивальні властивості синусоїдальних циліндричних поверхонь двох факторів:

- величини пружного згину листа та місця розташування джерела тепла

Квазифокусом синусоїди називають [2, 3] особливу точку катакаустикою за умови, що на синусоїду падає множина паралельних променів. На рис. 2 наведено приклади катакаустик в залежності від кута падіння паралельних променів на синусоїду $y = 0.7331(1 - \cos x)$.

Постановка задачі. Визначимо значення k в рівнянні $y = k(1 - \cos x)$ таке, щоб для утвореної синусоїди квазифокус було розташовано на однаковому рівні з точками кінців її частини на проміжку $[-\pi/2, \pi/2]$.

Згідно з відомим з оптики методом «оберненого променя» обернемо наступну гіпотезу досліджень: якщо джерело променів розташувати в квазифокусі синусоїди, то відбиті промені будуть розташовані «паралельно» напрямку осі Oy .

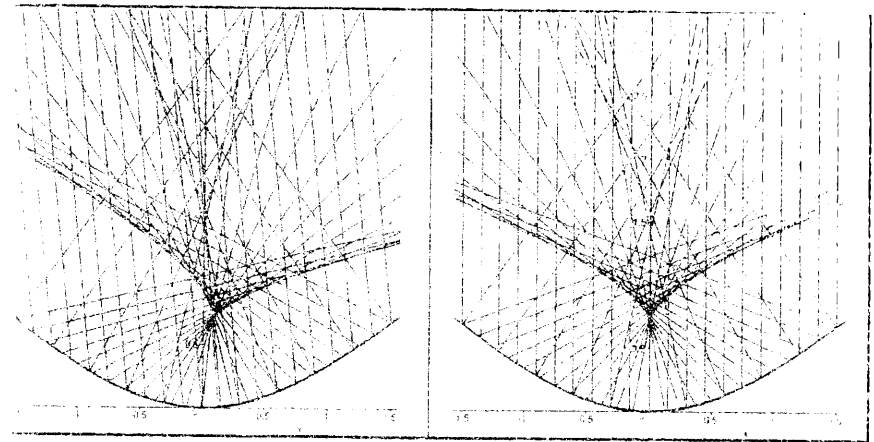


Рис. 2 Катакаустики синусоїди в залежності від кута падіння множини паралельних променів

Твердження. Якщо промені, що падають на криву K , проходять через точку $S(x_s, y_s)$, то рівняння сім'ї відбитих кривою K променів матиме вигляд

$$(y - f(z)) \left(1 + \operatorname{tg} 2\alpha \frac{f'(z) - y_s}{z - x_s} \right) - (x - z) \left(\operatorname{tg} 2\alpha - \frac{f'(z) - y_s}{z - x_s} \right) = 0. \quad (2)$$

Рівняння сім'ї прямих, які задані формулою (2) позначимо як $\Phi(x, y, z) = 0$.

Катакаустикою відбивальної кривої називається [2, 3] обвідна сім'ї відбитих прямих, які описані формулою (2).

Для знаходження рівняння обвідної сім'ї відбитих прямих необхідно [4] визначити параметр z із системи нелинійних рівнянь

$$\Phi(x, y, z) = 0; \quad \Phi'_z(x, y, z) = 0 \quad (3)$$

Наведемо Maple-програму обчислення ординати особливої точки.

```
restart: with(plots): with(plottools):
xs:=0: ys:=5000: k:=8000:
f:=z->(1-cos(z))*k/10000: df:=diff(f(z),z):
mm:=z-xs: nn:=f(z)-ys:
m:=mm/sqrt(mm^2+nn^2): n:=nn/sqrt(mm^2+nn^2):
F:=(y-f(z))*(1+2.*df/(1-df^2))-n/m: Fz:=diff(F,z):
FF:=solve({F=0,Fz=0},{x,y}): assign(FF): x,y:
z:=0.001: y_fok:=evalf(10000*y): unassign('z'):
Q:=plot([x,y, z=-Pi/2..Pi/2],thickness=2):
W:=plot(f(z), z=-Pi/2..Pi/2,thickness=4):
display([Q,W], view=0..Pi/2,scaling=CONSTRAINED);
```

На рис. 3 наведено результати виконання програми, де зображено (сумісно з асимптотами) катакаустики синусоїди $y = k(1 - \cos x)$ в залежності від значення параметра k . Нагадаємо, що для розв'язання поставленої задачі серед цих варіантів необхідно обрати той, для якого квазифокус і кінці фрагменту синусоїди будуть розташовані на одному рівні відносно координати y (висоті згину H металевго листа).

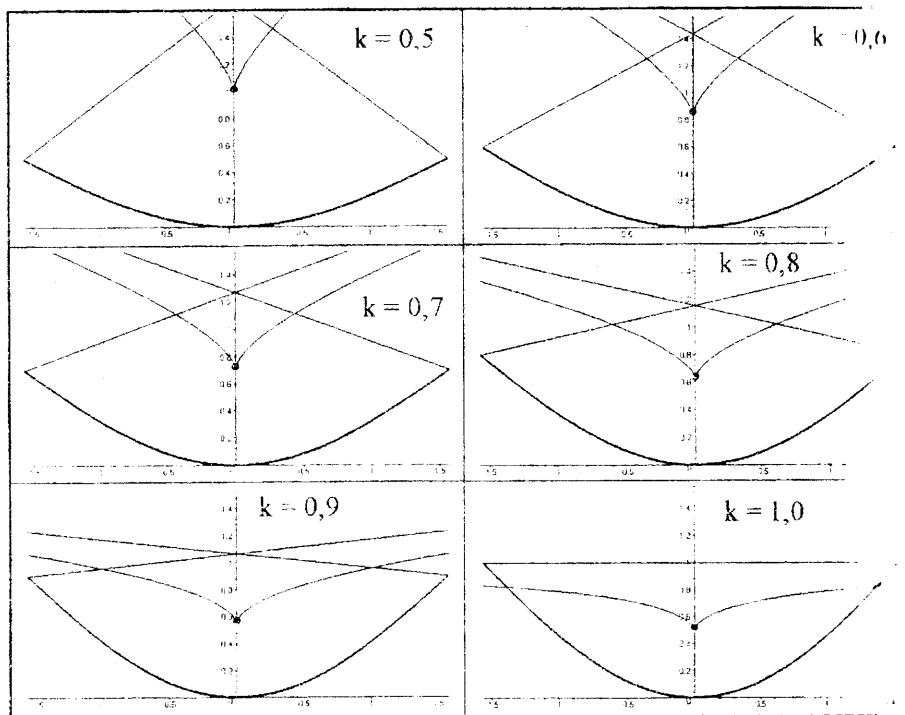


Рис. 3. Катакаустики синусоїди $y = k(1 - \cos x)$ в залежності від значення параметра k

Мовою Maple V була складена програма, яка дозволила встановити, що зазначеним умовам задовольняє $k = 0,7072$ (наближено $\sin(3\pi/4)$). На рис. 4а зображено перебіг відбитих синусоїдою $y = 0,7072(1 - \cos x)$ променів у випадку, коли ордината квазифокуса дорівнює 0,7072. На рис. 4 б, в наведено зображення у випадку інших значень k .

Твердження. Якщо джерело променів розмістити в точці квазифокуса синусоїди $y = 0,7072(1 - \cos x)$, то відбиті синусоїдою промені будуть спрямовані «майже паралельно» вздовж осі Ox , причому, ординату джерела променів буде розташовано на рівні кінців фрагмента синусоїди.

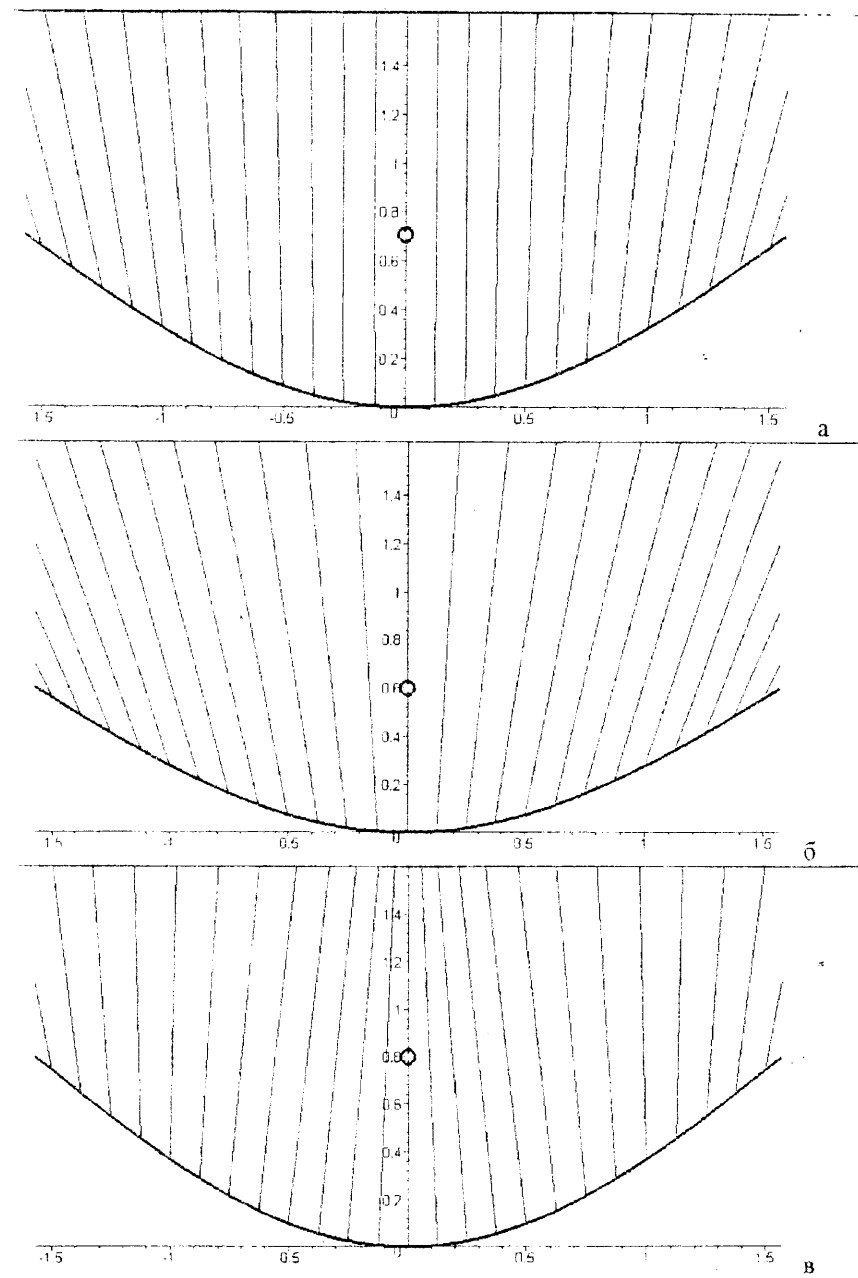


Рис. 4. Відбивальні властивості синусоїди в залежності від значення $k = 0,7072$ (а); $k = 0,6$ (б); $k = 0,8$ (в)

На практиці для формування реального відбивача необхідно вибрати величини S і H (довжини та висоти згину) в залежності від довжини L металевого листа. На проміжку $[-\pi/2, \pi/2]$ довжина L^* синусоїди $y = k(1 - \cos x)$ дорівнює подвоєному значенню еліптичного інтеграла другого роду $F(k, \pi/2)$, де i - комплексна одиниця. Тобто $L^* = 2 E(ik, \pi/2)$. Тоді, згідно висновком 2, маємо пропорцію

$$\begin{aligned} L &= 2 E(0.7072 i, \pi/2) \\ H &= 0.7072 L, \end{aligned}$$

з якої обчислимо величину $H = 0.3536 L / E(0.7072 i, \pi/2)$. За допомогою спеціальної програми визначено коефіцієнт при L . Остаточно формула для обчислення висоти згину має вигляд $H = 0.2018 L$, або $H \approx L / 5$.

Отже, маємо твердження.

Твердження. Коли висота згину H металевого листа наближено дорівнюватиме $L/5$, то утворена в перерізі синусоїда матиме таку властивість, якщо джерело променів розташувати на відстані H від вершини і на одному рівні з кінцями її фрагменту, то відбиті синусоїдою промені будуть спрямовані «майже паралельно» напрямку осі Oy .

Література

1. Фейнмановские лекции по физике. Задачи и упражнения с ответами и решениями / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сандс / Под редакцией Л.И. Леванюка. - М.: Мир, 1969. - 624 с.
2. Рева Г.В., Куценко Л.М. Метод розрахунку відбивачів ударно-вибухових хвиль для гасіння лісових пожеж. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - 19 с.
3. Рева Г.В., Куценко Л.М. Зображення фронту хвилі у відбивальній системі з точковим джерелом променів // Проблеми пожежної безпеки - Юбил. випуск. - Ч. 2. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - С. 24-28.
4. Залгаллер В.А. Теория огибающих. - М.: Наука, 1975. - 104 с.
5. Рева Г.В., Середа Н.І. Зображення фронту хвилі, яка відбита від циліндричної синусоїдальної поверхні // Проблеми пожежної безпеки - Сб. научных трудов - Юбил. вып. - Ч. 2. - Харків: ХІПБ МВС України, 1998. - С. 35-38.

PROPERTIES OF A SINE WAVE AS REFLECTOR RAYS OF HEAT

U.Tonnosov, M.Maksimova

Summary. The method of testing of an optical behaviour of a sine wave is reviewed. It is demonstrated, that if a source the rays of heat to arrange apart from fastigium and flush with test leadss of a piece of a sine wave, the reflected rays will be directed "in bridge" to direction of an axis Oy .

УДК 512.2

АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ ПРОСТОРОВОЇ КРИВОЇ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ, ВИХОДЯЧИ З ФІЗИЧНИХ МІРКУВАНЬ

В.А. Павлоцька, аспірант
Національний технічний університет України "КПІ"

Анотація. Робота відноситься до проблеми геометричного конструювання робочих поверхонь ґрунтообробних знарядь за наперед заданими фізичними умовами з визначенням рівнянь у векторному параметричному вигляді.

Ключові слова. геометричне конструювання, робоча поверхня, ґрунтообробні знаряддя.

Постановка задачі. При конструюванні і дослідженні поверхонь важливе місце займає просторова крива третього порядку (ПКЗП), як крива найменшого порядку трьохвимірного простору. На підставі досліджень [1] скласти алгоритм конструювання ПКЗП за наперед заданими умовами фізичного характеру з визначенням її рівняння у векторному параметричному вигляді.

В роботі [2] було розглянуто графічне конструювання кривої третього порядку у квадратичних перетвореннях. Точки цієї кривої були співставлені з відповідними точками експоненти $y = ae^{bx}$, що експериментально визначаються фізичними умовами агротехнологічної взаємодії, як лінія найменшого опору руху ґрунту на техногенного впливу робочої поверхні.

Розглянемо тепер аналітичне конструювання ПКЗП (тобто визначення приведеного рівняння конкретної кривої), що задана дискретним каркасом точок, які пов'язані з відповідними точками лінії найменшого опору. Параметри цього рівняння визначаються рішенням системи лінійних рівнянь.

Приведене рівняння ПКЗП у векторному параметричному вигляді.

$$r = \frac{\sum_{i=0}^3 a_i r_i t^i}{\sum_{i=0}^3 a_i t^i} = \frac{a_0 r_0 + a_1 r_1 t + a_2 r_2 t^2 + a_3 r_3 t^3}{a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3}; \quad (1)$$

або

$$r = \frac{a_0 + a_1 r_1 t + a_2 r_2 t^2 + a_3 r_3 t^3}{1 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3} \quad (\text{якщо } a_0 = 1); \quad (2)$$

- де r_i - радіуси-вектори точок кривої;
 a_i - коефіцієнти в цих точках;
 t - змінний параметр.