УДК 614.8

Ю.А. Абрамов, д.т.н., профессор, гл. научн. сотр., НУГЗУ,
Я.Ю. Кальченко, магистр, НУГЗУ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АВТОНОМНОГО МЕТОДА ОБЪЕКТОВЫХ ИСПЫТАНИЙ ТЕПЛОВЫХ ПОЖАРНЫХ ИЗВЕЩАТЕЛЕЙ

Получено математическое описание тепловых процессов в тепловом пожарном извещателе при воздействии на него стационарного теплового потока.

Ключевые слова: пожарный извещатель, тепловой поток, математическая модель.

Постановка проблемы. Контроль технического состояния тепловых пожарных извещателей является важным этапом функционирования системы эксплуатации. Эффективность системы эксплуатации определяется рядом факторов, одним из которых является качество её математического обеспечения. В последнее время роль этого фактора непрерывно возрастает, в связи с чем существует необходимость в создании математического описания процессов, имеющих место при реализации алгоритмов испытаний тепловых пожарных извещателей, основанных на их автономных возможностях.

Анализ последних исследований и публикаций. Наиболее полно проработано математическое обеспечение испытаний применительно к тепловым пожарным извещателям с терморезистивным чувствительным элементом [1-3]. Это касается автономных испытаний, ориентированных на использование тепловых камер и стандартных очагов горения [1-3], и объектовых испытаний, для реализации которых используется тепловое воздействие в соответствии с законом Джоуля – Ленца [2-3]. Однако для случая реализации автономного метода объектовых испытаний таких тепловых извещателей математическое обеспечение отсутствует.

Постановка задачи и ее решение. Целью работы является создание математического обеспечения в виде математической модели процессов, имеющих место при автономном формировании теплового потока непосредственно в тепловом пожарном извещателе.

Автономный метод объектовых испытаний тепловых пожарных извещателей с терморезистивным чувствительным элементом реализуется путем включения в их состав дополнительных элементов, обеспечивающих поступление стационарного теплового потока q на чувствительный элемент извещателя. Тепловые процессы в чувствительном элементе пожарного извещателя для случая, когда чувствительный элемент выполнен в виде прямоугольной пластинки толщиной R, описываются уравнением Фурье вида

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - m^2\left[T(x,t) - T_0\right]. \qquad (1)$$

с начальными и граничными условиями

$$T(r,0) = T_0; \qquad \lambda\frac{\partial T(R,t)}{\partial x} = q, \qquad (2)$$

где a – коэффициент температуропроводности; T_0 – температура окружающей среды; m^2 – параметр, определяемый выражением

$$m^2 = \frac{2\alpha}{c\rho R}; \qquad (3)$$

c, ρ – удельная теплопроводность и плотность материала чувствительного элемента соответственно; α – коэффициент теплопередачи.

Для перехода к однородным начальным условиям введем обозначение

$$\theta(x,t) = T(x,t) - T_0, \qquad (4)$$

а для исключения в уравнении Фурье аддитивной составляющей учтем

$$\theta(x,t) = M(x,t)e^{-m^2 t}. \qquad (5)$$

С учетом (4) и (5) уравнение (1) с условиями (2) трансформируется следующим образом

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial t} = a\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2}; \qquad (6)$$

$$M(x,0) = 0; \qquad \lambda\frac{\partial M(R,t)}{\partial x} exp(-m^2 t) = q. \qquad (7)$$

Воспользуемся интегральным преобразованием вида [4]

$$\overline{f}(\mu_n,t) = \int_0^R \psi_n\left(\frac{\mu_n x}{R}\right) f(x,t)dx, \qquad (8)$$

где

$$\psi_n\left(\frac{\mu_n x}{R}\right) = \begin{cases} 1, n = 0; \\ \left(\frac{\mu_n x}{R}\right)^{0,5} J_{-0,5}\left(\frac{\mu_n x}{R}\right), n \ge 1. \end{cases} \qquad (9)$$

В (8) и (9) μ_n – корни уравнения

$$J_{0,5}(\mu)=0, \tag{10}$$

причем $\mu_0 = 0.$

Для функций Бесселя $J_{-0,5}$ и $J_{0,5}$ имеют место соотношения [5]

$$J_{-0,5}\left(\frac{\mu_n x}{R}\right)=\left(\frac{2R}{\pi\mu_n x}\right)^{0,5} cos\frac{\mu_n x}{R}; \tag{11}$$

$$J_{0,5}(\mu)=\left(\frac{2}{\pi\mu}\right)^{0,5} sin\,\mu, \tag{12}$$

вследствие чего уравнение (10) трансформируется следующим образом

$$sin\,\mu = 0, \tag{13}$$

а выражение для $\psi_n\left(\frac{\mu_n x}{R}\right)$ при $n \geq 1$ принимает вид

$$\psi_n\left(\frac{\mu_n x}{R}\right)=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0,5} cos\frac{\mu_n x}{R}. \tag{14}$$

Применяя интегральное преобразование (8) к (6), получим после

$$\frac{d\overline{M}(\mu_n t)}{dt}+a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2\overline{M}(\mu_n t)=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0,5}\frac{aq}{\lambda}cos\mu_n exp(\,m^2 t\,). \tag{15}$$

Для решения этого дифференциального уравнения воспользуемся интегральным преобразованием Лапласа, применение которого к (15) трансформирует его следующим образом

$$\left[p+a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2\right]\overline{\overline{M}}(\mu_n,p)=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0,5}\frac{aq}{\lambda}cos\,\mu_n\left(p-m^2\right)^{-1}, \tag{16}$$

где

$$\overline{\overline{M}}(\mu_n,p)=\int_0^\infty \overline{M}(\mu_n,t)exp(-pt\,)dt. \tag{17}$$

Из (16) следует, что решение дифференциального уравнения (15) имеет вид

$$\overline{M}(\mu_n,t)=L^{-1}\left[\overline{\overline{M}}(\mu_n,p)\right]=$$
$$=L^{-1}\left[\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0,5}\frac{aq}{\lambda}cos\,\mu_n\left[\left[p+a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2\right]\left[p-m^2\right]\right]^{-1}\right], \tag{18}$$

где L^{-1} – оператор обратного интегрального преобразования Лапласа.

После применения оператора L^{-1}, а также с учетом (5) и (8) из (18) получим [6]

$$\overline{f}(\mu_n,t)=\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0,5}\frac{aqcos\mu_n}{\lambda}\left[a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2+m^2\right]^{-1}\times$$
$$\times\left[1-exp\left[-\left[a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2+m^2\right]t\right]\right]. \tag{19}$$

Использование формулы обращения [4]

$$f(x,t)=\frac{\overline{f}(\mu_0,t)}{\|\psi_0\|^2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\psi_n\left(\frac{\mu_n x}{R}\right)\overline{f}(\mu_n,t)}{\|\psi_n\|^2}, \tag{20}$$

где

$$\|\psi_n\|^2=\begin{cases}R,n=0;\\ \frac{\mu_n R}{2}J^2_{-0,5}(\mu_n),n\geq 1,\end{cases} \tag{21}$$

а также соотношение (11), позволяет представить решение дифференциального уравнения (1) в виде

$$T(x,t)=T_0+\left(\frac{2}{\pi}\right)^{0,5}\frac{aq}{\lambda Rm^2}\left[1-exp\left(-m^2t\right)\right]+$$
$$+\frac{2aq}{\lambda R}\sum_{n=1}^{\infty}\left[a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2+m^2\right]^{-1}\frac{cos\frac{\mu_n x}{R}}{cos\mu_n}\left[1-exp\left[-\left[a\left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2+m^2\right]t\right]\right]. \tag{22}$$

Вследствие того что выходным сигналом терморезистивного чувствительно элемента теплового пожарного извещателя является его температура, усредненная по объему чувствительного элемента, то можно записать

$$T(t)=\frac{1}{R}\int_0^R T(x,t)dx=T_0+(2\pi)^{-0,5}\frac{q}{\alpha}\left[1-exp\left(-\frac{2\lambda}{c\rho R}t\right)\right], \qquad (23)$$

где учтено соотношение (3), а также (13).

Из (23) следует, что в установленном режиме воздействие на терморезистивный чувствительный элемент теплового пожарного извещателя стационарным тепловым потоком q обуславливает в нем приращение температуры на величину, определяемую выражением

$$\Delta T=(2\pi)^{-0,5}\frac{q}{\alpha}. \qquad (24)$$

Таким образом в установившемся режиме работы теплового пожарного извещателя при стационарном тепловом воздействии на его чувствительный элемент будет иметь место приращение температуры чувствительного элемента, которое пропорционально величине теплового потока поступающего на этот чувствительный элемент.

Для определения величины α применяется традиционный подход, основанный на использовании критериального уравнения конвективной теплоотдачи [7], которое в рассматриваемом случае имеет вид

$$Nu=\omega Re^{\gamma}\,Pr_1^{z}\left(\frac{Pr_1}{Pr_2}\right)^{0,25}, \qquad (25)$$

где ω,γ,z – параметры, значения которых определяются величиной критерия Рейнольдса $Re;Pr_1,Pr_2$ – критерий Прандтля при температуре воздушного потока, поступающего на чувствительный элемент пожарного извещателя, и при температуре поверхности чувствительного элемента. Если $10^3\le Re\le 2\cdot 10^5$, то $\omega=0{,}25;\gamma=0{,}6;\mathrm{z}=0{,}38,$ а также можно положить $Pr_1\cong Pr_2$. Тогда для α будет иметь место выражение

$$\alpha=0{,}25\lambda_0\ell^{-1,0}\,Re^{0,6}\,Pr_1^{0,38}, \qquad (26)$$

где λ_0 – теплопроводность воздуха; ℓ – высота чувствительного элемента теплового пожарного извещателя.

Выводы. Показано, что при реализации автономного метода объектовых испытаний тепловых пожарных извещателей с терморезистивным чувствительным элементом, который сводится к тепловому воздействию стационарного потока на боковую поверхность чувствительного элемента, формируемого непосредственно в тепловом извещателе, будет иметь место для изменения температуры чувствительного элемента в установившемся режиме на величину, пропорциональную величине этого потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов Ю.А. Терморезистивные тепловые пожарные извещатели с улучшенными характеристиками и методы их температурных испытаний / Ю.А. Абрамов, В.П. Гвоздь. – Х.: АГЗУ, 2005. – 121 с.

2. Абрамов Ю.А. Температурные объектовые испытания тепловых пожарных извещателей с терморезистивным чувствительным элементом / Ю.А. Абрамов, В.В. Коврегин, В.П. Садковой. – Х.: УГЗУ, 2009. – 115 с.

3. Абрамов Ю.А. Методы определения постоянной времени тепловых пожарных извещателей с терморезистивным чувствительным элементом / Ю.А. Абрамов, А.Е. Басманов, В.М. Гвоздь. – Х.: НУГЗУ, 2013. – 151 с.

4. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел / Э.М. Карташов. – К.: Высшая школа, 2001. – 550с.

5. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720с.

6. Бейтмен Г. Таблицы интегральных преобразований. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1969. – 344 с.

7. Рябова І.Б. Термодинаміка і теплопередача у пожежній справі / І.Б. Рябова, І.В. Сайчук, А.Я. Шаршанов. – Х.: АПБУ, 2002. – 352 с.

Ю.О. Абрамов, Я.Ю. Кальченко

Математичне забезпечення автономного методу об'єктових випробувань теплових пожежних сповіщувачів

Отримано математичний опис теплових процесів в тепловому пожежному сповіщувачі при впливі на нього стаціонарного теплового потоку.

Ключові слова: пожежний сповіщувач, тепловий потік, математична модель.

Y.A. Abramov, Ya.Yu. Kalchenko

Software offline method of on-site tests of thermal fire detectors

The mathematical description of thermal processes in thermal fire detector when exposed to stationary thermal flow.

Keywords: fire detector, heat flux, mathematical model.